

SÉRIE A,
N° 2930
N° D'ORDRE :
3801

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

LOUIS DICK

1^{re} THÈSE. — SPECTROMÉTRIE NUCLÉAIRE : THÉORIE ET RÉALISATION D'UN
SPECTROMÈTRE β A CHAMP AXIAL UNIFORME ET COURBES
DE RÉOLUTION DES SYSTÈMES DE COINCIDENCE UTILISANT
DES DÉTECTEURS A SCINTILLATION.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 14 juin 1956 devant la Commission d'examen.

MM. F. PERRIN	} <i>Président.</i>	
F. JOLIOT		} <i>Examineurs.</i>
A. BERTHELOT		

GENÈVE
IMPRIMERIE ROULET ET CIE

1956

SÉRIE A,
N° 2930
N° D'ORDRE :
3801

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

LOUIS DICK

1^{re} THÈSE. — SPECTROMÉTRIE NUCLÉAIRE : THÉORIE ET RÉALISATION D'UN
SPECTROMÈTRE β A CHAMP AXIAL UNIFORME ET COURBES
DE RÉOLUTION DES SYSTÈMES DE COINCIDENCE UTILISANT
DES DÉTECTEURS A SCINTILLATION.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 14 juin 1956 devant la Commission d'examen.

MM. F. PERRIN	} <i>Président.</i>	
F. JOLIOT		} <i>Examineurs.</i>
A. BERTHELOT		

GENÈVE
IMPRIMERIE ROULET ET CIE

1956



FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen J. PÉRÈS

PROFESSEURS

G. JULIA	T Analyse supérieure et Algèbre supérieure	THELLIER	T Physique du Globe
E. DARMOIS	T Enseignement de Physique	AUDUBERT	T Electrochimie
R. LEVY	T Physiologie comparée	L'HERITIER	T Génétique
FOCH	T Mécanique physique et Exper.	GRIVET	T Radioélectricité
PAUTHENIER	T Electrotechnique générale	PONCIN	T Mécanique des fluides
DE BROGLIE	T Théories physiques	THIRY	T Mécanique appliquée
JOB	T Chimie générale	DUBREIL	T Arith. et théor. des nomb.
PRENANT	T Anatomie et Histol. comparées	QUELET	T Chimie organique
GARNIER	T Géométrie supérieure	CAGNIARD	T Géophysique appliquée
PERES	T Mécanique des fluides et appl.	CHAMPETIER	T Chimie macromoléculaire
LAUGIER	T Physiologie générale	CUVILLIER	T Géol. Struct. et Géol. appliquée
M. CURIE	T Physique (P. C. B.)	JUNG	T Pétrographie
BARRABE	T Géologie struct. et Géol. appl.	TRILLAT	T Chimie physique
G. DARMOIS	T Calc. des prob. et Phys. Math.	WIEMANN	T Chimie (M. P. C.)
J. BOURCART	T Géogr. Phys. et Géol. dynam.	JACQUINOT	T Spectroscopie et physique céleste
Mme JOLIOT-CURIE	T Physique nucléaire et Radioactivité	VASSY	Physique de l'atmosphère
PLANTEFOL	T Botanique	DESTOUCHES	Théories physiques
CABANNES	T Recherches physiques	M. PRUVOST	T Géologie
GRASSE	T Evol. des êtres organisés	AMIEL	T Chimie (P. C. B.)
PREVOST	T Chimie organique	HOCART	T Minéralogie
BOULIGAND	T Application de l'analyse à la Géométrie	J. P. MATHIEU	T Physique (P. C. B.)
CHAUDRON	T Chimie appliquée	COUTEAUX	T Biologie animale (P. C. B.)
WYART	T Minéralogie	MAY	T Biologie animale (P. C. B.)
TEISSIER	T Zoologie	CHOQUET	T Calc. diff. et Intégral.
MANGENOT	T Biologie végétale	FELDMANN	Biologie (P. C. B.)
P. AUGER	T Physique quantique et Relat.	GUINIER	T Physique (P. C. B.)
MONNIER	T Physiologie des fonctions	JOST	T Biologie (P. C. B.)
PIVETEAU	T Géologie	FORTET	T Calc. des probabilités
ROCARD	T Physique (E. N. S.)	SCHWARTZ	T Méth. Math. de la Physique
H. CARTAN	T Mathématiques (E. N. S.)	CHOUARD	T Physiologie végétale
LAFFITTE	T Chimie générale	MALAVARD	T Aviation
FAVARD	T Mécanique générale	BRELOT	T Calcul différentiel
COULOMB	T Physique du Globe	NORMANT	T Chimie (P. C. B.)
Mlle COUSIN	T Biologie animale (P. C. B.)	BENARD	Chimie (P. C. B.)
CHRETIEN	T Chimie minérale	BUVAT	Botanique (E. N. S.)
P. DRACH	T Zoologie	DUGUE	T Statistiques mathématiques
KASTLER	T Physique	GELOSO	Chimie (S. P. C. N.)
EPHRUSSI	T Génétique	SOULAIRAC	T Psychophysologie
WURMSER	T Biol. Physico-chimique	ULRICH	T Physiologie végétale
RIVIERE	T Géologie (S. P. C. N.)	MARECHAL	T Optique théorique et appl.
GAUTHIERET	T Biologie végétale (P. C. B.)	KIRRMANN	T Théories chimiques
LUCAS	T Physique	CHADEFAUD	Botanique
A. THOMAS	T Biologie cellulaire	DESTRIAU	Physique (M. P. C.)
ARNULF	T Optique appliquée	Mlle LE BRETON	Physiologie générale
M. MORAND	T Physique	SALEM	Mathématiques générales
SOLEILLET	T Physique	ESCLANGON	T Physique (P. C. B.)
FORTIER	T Mécan. exper. des fluides	LELONG	T Mathématiques générales
DANJON	T Astronomie	DEVILLERS	Anatomie et Histologie comparées
FROMAGEOT	T Chimie biologique	EHRESMANN	Topologie Algébrique
LAPORTE	T Phys. génér. et radioact.	FRANÇON	Physique (M. P. C.)
JANET	T Mec. anal. et Mec. céleste	GLANGEAUD	Géographie physique et Géologie dynamique
PETIT	T Biologie maritime	GODEMENT	Mathématiques (M. P. C.)
QUENEY	T Météor. et dyn. atmosphér.	PISOT	Calcul des probabilités
GALLIEN	T Embryologie	ROCH (E.)	Géologie
EICHHORN	T Biologie Vég. (P. C. B.)	SCHATZMANN	Astrophysique
DE CUGNAC	T Biologie Vég. (P. C. B.)	TERMIER	Paléontologie stratigraphique
Mlle GAUCHOIS	T Chimie Physique	ZAMANSKY	Mathématiques générales

Secrétaire Général . . . C. MONIER

INTRODUCTION

Les récents progrès théoriques des modèles nucléaires, en particulier le modèle unifié de Bohr et Mottelson, l'utilisation des calculatrices électroniques en physique nucléaire théorique (calcul des énergies des niveaux excités des noyaux, des probabilités de transition ou des coefficients de conversion interne) apportent des interprétations et des informations précises sur la structure des noyaux.

Parallèlement, les méthodes d'investigations expérimentales ont considérablement évolué et la qualité des résultats obtenus permet souvent des comparaisons fructueuses de la théorie et de l'expérience. D'autre part, il est indispensable de connaître la forme et la nature des réponses des appareils aux rayonnements nucléaires pour améliorer l'interprétation des résultats expérimentaux.

La mesure de l'intensité et de l'énergie des rayonnements électroniques par la spectrométrie magnétique donnent, dans certaines conditions, des déterminations précises des probabilités de transition, de la nature des rayonnements électro-magnétiques et de l'énergie des niveaux du noyau. On peut également connaître les probabilités de transitions des niveaux excités par la mesure de leur vie moyenne.

Nous avons calculé et réalisé un spectromètre β à champ magnétique axial uniforme. Pour ce type de spectromètre, les équations des trajectoires sont intégrables, ce qui offre la possibilité de calculer sans ambiguïté les conditions géométriques optimum du spectromètre et la forme des raies pour obtenir une détermination précise de l'intensité et de l'énergie des électrons.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552418_0030

L'étude des rayonnements nucléaires en coïncidence, que ce soit pour des mesures de spectrométrie ou de vie moyenne, exige la connaissance expérimentale ou théorique de la courbe de résolution du système de coïncidence. Pour des détecteurs de rayonnements à scintillation avec photomultiplicateurs, nous avons calculé ces courbes de résolution où apparaissent les fluctuations électroniques et les probabilités d'apparition des photoélectrons. Certaines propriétés de ces courbes sont ainsi mises en évidence.

Quelques résultats expérimentaux obtenus avec notre spectromètre β et nos spectromètres à scintillation sont interprétés à l'aide de ces calculs.

Ce travail a été effectué au Laboratoire Curie de l'Institut du Radium sous la direction de Madame I. Joliot-Curie à la mémoire de laquelle vont mes sentiments de reconnaissance pour les conseils et les encouragements qu'elle m'a prodigués et l'accueil qu'elle m'a fait dans son laboratoire.

Je tiens à remercier M. le Professeur Laporte qui contribua au projet de construction du spectromètre.

Cette étude fait partie d'un ensemble de recherches effectuées au Laboratoire avec mes amis R. Foucher, N. Perrin et H. Vartapétian auxquels vont mes remerciements pour leur amicale collaboration.

Le personnel du laboratoire a réalisé avec compétence des travaux souvent délicats. Je remercie tout particulièrement MM. L. Desgranges et A. Dona qui ont participé à la réalisation mécanique du spectromètre β . Mes remerciements vont également aux chercheurs du laboratoire qui m'ont aidé de leurs conseils.

Le Centre National de la Recherche Scientifique m'a accordé une bourse qui m'a permis de poursuivre ces études.

THEORIE ET REALISATION D'UN SPECTROMETRE β

A CHAMP MAGNETIQUE AXIAL UNIFORME

Théorie du spectromètre β à champ magnétique axial uniforme

Dans un champ magnétique de symétrie axiale, les trajectoires des électrons émis sous l'angle α , d'un point source s, sur l'axe z, ont une trajectoire en forme d'hélice circulaire de diamètre:

$$d = D \sin \alpha \qquad D = \frac{2p}{He}$$

où p est le moment des électrons

et de pas

$$\ell = \pi D \cos \alpha .$$

Si la source est placée en $Z = 0$ et si r est la distance entre l'électron et l'axe z et Θ l'angle de rotation du plan qui contient l'électron, on a les équations :

$$\begin{aligned} r &= D \sin \alpha \sin \Theta \\ \Theta &= \frac{z}{D \cos \alpha} \end{aligned} \qquad (1)$$

Dans le plan tournant avec l'électron, la trajectoire est sinusoïdale.

Depuis que Witcher¹⁾ avait trouvé la propriété de focalisation annulaire des électrons émis d'un point source dans l'angle $\alpha - \nabla \alpha$ et $\alpha + \nabla \alpha$, différentes théories de ce type de spectromètre ont été faites pour déterminer les conditions géométriques optimum des diaphragmes qui définissent les trajectoires pour obtenir la plus grande luminosité en fonction du pouvoir séparateur.

En particulier DuMond²⁾, Persico³⁾ et Koh⁴⁾ ont analysé l'influence des différents paramètres : ouverture, aberration sphérique et dimension finie de la source sur le pouvoir séparateur et la luminosité du spectromètre.

Dans l'étude de ce spectromètre, Koh⁴⁾ a utilisé une représentation graphique qui montre particulièrement bien le rôle des diaphragmes sur les trajectoires r .

Pour obtenir cette représentation, on pose :

$$s = D \sin \alpha \quad c = D \cos \alpha \quad (2)$$

alors

$$D^2 = s^2 + c^2 \quad (3)$$

et de (1), pour une valeur particulière de $|r|$ à Z , on aura pour s et c

$$s = \frac{|r|}{\sin \frac{Z}{c}} \quad (4)$$

L'intersection des courbes (3) et (4) donnera, pour un D donné, l'angle d'émission α_i comme le montre la figure 1. La courbe (4) a une infinité de branches avec des points à l' ∞ pour $z = n\pi$ qui correspondent au nombre de rotations avant d'arriver au plan $z = z_i$. Pour un spectromètre β , seule la première branche nous intéresse. Dans le plan $z = z_i$, la trajectoire issue de S est représentée par un point. D'après (3), le lieu des points de même D pour $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ est un arc de cercle de rayon D . Les deux points d'intersection des courbes (3) et (4) correspondent aux trajectoires $r(D, \alpha_{1,2})$ qui affleurent le diaphragme $z = z_i$ et $r = r_i$. Suivant qu'un diaphragme est constitué par un trou circulaire ou un disque de rayon r_i , les arcs de cercle (3) appartenant au domaine du plan (s, c) intérieur (I) ou extérieur (II) à la courbe (4) représentent les trajectoires interceptées par le diaphragme.

Pour un diaphragme en forme de disque, les trajectoires qui ne sont pas interceptées sont comprises entre les angles α_1 et α_2 , c'est-à-dire dans l'angle solide $\Omega = \frac{\omega}{4\pi} = \sin \alpha \Delta \alpha$.

Si la courbe (4) est tangente en un seul point du cercle (3), ce point correspond à une trajectoire qui satisfait à la condition de Witcher¹⁾

$$\left(\frac{\partial r}{\partial \alpha} \right)_{z_i} = 0 \quad (5)$$

et représente une focalisation du premier ordre dans le plan (z_i, r_i) .

Pour un D_0 donné, on peut déduire la condition à laquelle doit satisfaire α pour obtenir la focalisation du premier ordre sur un cercle (r_i, z_i) au voisinage duquel on définira l'anneau de focalisation.

$$\frac{ds}{dc} = \frac{z_i}{c} \operatorname{tg} \alpha \left(\operatorname{tg} \frac{z_i}{c} \right)^{-1} = -(\operatorname{tg} \alpha)^{-1} \quad (5')$$

d'où l'on tire la condition de focalisation et les coordonnées du diaphragme :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 \alpha &= -\Theta_i \operatorname{tg} \Theta_i \\ r_i &= D_0 \sin \alpha \sin \Theta_i \\ z_i &= \Theta_i D_0 \cos \alpha \end{aligned} \quad (6)$$

Les relations (6) expriment la position z_i et le rayon r_i du diaphragme de focalisation en fonction de D_0 et α .

Si dans l'espace des trajectoires on dispose plusieurs diaphragmes, on peut calculer pour chaque D l'intervalle $\Delta \alpha$ pour lequel une particule n'est interceptée par aucun diaphragme.

La condition géométrique optimum du système de diaphragmes définie par Koh⁴⁾ est : la surface dans le plan (s, c) délimitée par les diaphragmes possède deux diagonales dont l'une est le cercle D_0 . Plus petite sera l'autre diagonale comparée à la diagonale sur le cercle D_0 , plus grand sera le pouvoir séparateur. Pour réaliser cette condition, Koh propose un système de deux paires de diaphragmes de

telle manière que les deux diaphragmes intérieurs d_1 et d_3 se trouvent sur une caustique D_0 et les deux diaphragmes extérieurs d_2 et d_4 sur une caustique D_1 (figure 2). Ces deux paires de diaphragmes satisfont aux conditions de focalisation de Frankel⁵⁾.

On peut trouver un système de diaphragmes qui satisfait d'une manière plus stricte à la condition géométrique de Koh. Pour définir une surface finie dans le plan (s, c) pour que $D < \infty$, il faut au minimum trois diaphragmes et qu'au moins deux diaphragmes soient tangents à la caustique de plus grand D .

Dans sa thèse, Hubert⁶⁾ a montré qu'un seul diaphragme intérieur d_4 tangent au cercle D_0 est nécessaire pour pouvoir réaliser les conditions géométriques optimum (figure 3). De l'analyse de Hubert, on voit qu'aucun autre diaphragme tangent à un cercle de rayon plus petit que D_1 ne peut améliorer le pouvoir séparateur et la luminosité. Dans certains cas, l'action de ce diaphragme supplémentaire est néfaste comme dans le système proposé par Koh où un seul diaphragme à la caustique D_0 remplace avantageusement les diaphragmes d_1 et d_3 (figures 2 et 3).

Pour réaliser les conditions géométriques optimum, Hubert⁶⁾ propose de disposer une série de n diaphragmes tangents à la caustique D_1 ; trois diaphragmes donnent déjà une très bonne approximation de la forme optimum de la raie obtenue par un nombre infini de ces diaphragmes.

A partir des relations (2), (3) et (4), on peut déterminer graphiquement pour chaque diaphragme le $\Delta\alpha$ qui correspond aux trajectoires non interceptées.

Pour chaque diaphragme à considérer, on se trouve au voisinage du cercle de focalisation.

D'autre part, de l'équation de la trajectoire (1), on peut déduire une relation entre $\Delta\alpha$ et $\Delta D = D - D_0$.

Si on pose :

$$\Delta r(\alpha D) = \sum_n \left[\frac{\partial^n \mathbf{r}}{\partial \alpha^n} \frac{\Delta \alpha^n}{n!} + \frac{\partial^n \mathbf{r}}{\partial D^n} \frac{\Delta D^n}{n!} \right] = 0$$

sur le cercle de focalisation i on a :

$$\left(\frac{\partial r}{\partial \alpha}\right)_i = 0 \quad \text{et}$$

en première approximation on aura :

$$\Delta r_i(\alpha, D) = \left(\frac{\partial^2 r}{\partial \alpha^2}\right)_i \frac{\Delta \alpha^2}{2} + \left(\frac{\partial r}{\partial D}\right)_i \Delta D = 0$$

d'où

$$\Delta D = - \left(\frac{\partial r}{\partial D}\right)_i^{-1} \left(\frac{\partial^2 r}{\partial \alpha^2}\right)_i \frac{\Delta \alpha^2}{2} \quad (7)$$

$\left(\frac{\partial r}{\partial D}\right)_i$ représente l'aberration chromatique ou dispersion et

$\left(\frac{\partial^2 r}{\partial \alpha^2}\right)_i$, l'aberration sphérique sur l'anneau de focali-

sation. On déduit des relations (6)

$$\left(\frac{\partial r}{\partial D}\right)_i = \frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha} \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial^2 r}{\partial \alpha^2}\right)_i = - D_0 \frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha} (3 + \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \theta_i) = - D_0 \frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha} \Gamma(\alpha) \quad (9)$$

En substituant (8) et (9) dans (7), on obtient :

$$\Delta \alpha^2 = K_1^2 \Delta D \quad (10)$$

avec

$$K_1 = \sqrt{\frac{2}{D\Gamma}}$$

Sur la figure 4, nous avons tracé la parabole I (10) et la courbe II calculée sans approximation avec les relations (3) et (4). Pour calculer les $\Delta\alpha(\Delta D)$, la parabole (10) est une très bonne approximation de la courbe (4). Puisque l'intensité I est $\sim \Delta\alpha(\Delta D)$, ces courbes représentent la variation de l'intensité en fonction de ΔD pour un diaphragme sur un cercle de focalisation. Les courbes I et II sont calculées pour $\alpha = 31^{\circ}55'$ $D_0 = 14,3$ cm.

La formule (10) s'applique pour chacun des diaphragmes. Pour les conditions géométriques optimum, un diaphragme d_4 intérieur aux trajectoires et tous les autres d_n tangents à la caustique D_1 , on peut donner le profil résultant de la raie en additionnant les $\Delta\alpha(\Delta D)$ sous-tendus par les paraboles. Si d_2 et d_3 sont tangents à la caustique D_1 au point d'intersection de d_4 avec D_1 , c'est-à-dire aux points $\pm \Delta\alpha$ (figure 5a), on aura :

$$0 \leq \Delta D \leq \Delta D_1 \quad \text{avec} \quad D_1 - D_0 = \Delta D_1$$

$$I_{1,2} = 2 K_1 \sqrt{\Delta D} \quad K_1 = \sqrt{\frac{2}{D_0 \Gamma}} \quad (11)$$

$$\Delta D_1 \leq \Delta D \leq 2 \Delta D_1$$

$$I_{1,2} = 2 K_1 \left[\sqrt{\Delta D_1} - \sqrt{\Delta D - \Delta D_1} \right]$$

On retrouve le profil obtenu par DuMond²⁾, 6), 7) avec deux diaphragmes d'ouverture (d_2 d_3) près de la source et deux diaphragmes (d_1 d_4) sur l'anneau de focalisation. D'une manière générale, si les diaphragmes d_n sont disposés symétriquement par rapport à α sur l'arc de cercle $2 \Delta\alpha$ et tangents au point $\frac{2\Delta\alpha}{n+1}$ (figure 5b, c,d), on aura la forme de la raie d'un point de source avec un système de $n + 1$ diaphragmes :

$$0 \leq \Delta D \leq \Delta D_1 \quad \text{avec} \quad D_1 - D_0 = \Delta D_1$$

$$I_{1,2} = 2 K_1 \sqrt{\Delta D} \quad (12)$$

$$\Delta D_1 \leq \Delta D \leq \frac{n^2}{n^2-1} \Delta D_1$$

$$I_{1,2} = 2 K_1 [\sqrt{\Delta D} - n\sqrt{\Delta D - \Delta D_1}] \Big|_{\Delta D_1}^{\Delta D} \geq 2$$

$$\text{La largeur à la base de la raie est } \frac{n^2}{n^2-1} \Delta D_1 .$$

Les conditions géométriques optimum du système de diaphragmes déduites de la théorie de Koh⁴⁾ et Hubert⁶⁾ pour les spectromètres à champ uniforme de symétrie axiale se généralisent pour tous les champs non-uniformes de symétrie axiale. En résumé, dans tous les cas :

1. les diaphragmes qui définissent l'ouverture angulaire situés près de la source sont inutiles et même néfastes quand on a une source étendue;
2. le système de diaphragmes ne doit posséder qu'un diaphragme intérieur aux trajectoires qui définit un plan de focalisation;
3. tous les diaphragmes extérieurs aux trajectoires doivent être situés sur une caustique extérieure au cercle de focalisation du diaphragme intérieur.

Pour les champs inhomogènes, les trajectoires ne peuvent être déduites directement par des expressions analytiques et les caustiques devront être calculées par des intégrations numériques des équations différentielles⁸⁾ ou par des solutions approchées. Pour le spectromètre à focalisation intermédiaire^{9), 10)}, les diaphragmes seront symétriques par rapport au plan médian.

Pour ces systèmes de diaphragmes, l'angle $\Delta\alpha$ ne dépend que de r_i et z_i du diaphragme intérieur; une modification de ces paramètres permet de faire varier $\Delta\alpha$ tout en conservant les conditions géométriques optimum de focalisation.

Pour obtenir le profil spectral des raies, on peut suivre une autre méthode qui consiste à déterminer des fonctions $I = f(\Delta D)$ à partir des différentes aberrations de l'instrument. Pour un spectromètre où l'on utilise la propriété de l'anneau de focalisation, d'après DuMond²⁾, on peut exprimer le profil de la raie instrumentale au moyen de trois fonctions I_1 , I_2 et I_3 dues respectivement à l'ouverture angulaire $\Delta\alpha$, à l'ouverture finie de l'anneau de focalisation et à l'étendue de la source. Si ces trois fonctions sont indépendantes, le produit de composition de I_1 et I_2 donnera le profil de la raie d'un point source

$$I_{1,2}(\Delta D) = \int_{-\infty}^{\infty} I_1(\Delta D - \Delta D') I_2(\Delta D') d\Delta D'$$

et

$$I_{1,2,3}(\Delta D) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{1,2}(\Delta D - \Delta D') I_3(\Delta D') d\Delta D'$$

représentera le profil instrumental pour une source étendue.

I_1 s'obtient à partir de l'équation (10).

$$I_1 = 2 K_1 \frac{\partial \Delta\alpha}{\partial \Delta D} = K_1 \Delta D^{-\frac{1}{2}} \quad \text{pour } 0 \leq \Delta D \leq \Delta D_1 \quad (13)$$

I_2 représente la probabilité en fonction de ΔD pour qu'une particule traverse l'anneau de focalisation :

$$I_2 = 1 \quad \text{pour } 0 \leq \Delta D \leq \Delta D_2$$

$$I_2 = 0 \quad \text{pour } \Delta D \geq |\Delta D_2| \quad (13')$$

Les conditions géométriques optimum donnent immédiatement la condition

$$\Delta D_1 = \Delta D_2 \quad (14)$$

et la convolution $I_{1,2}$ donne les équations (11) et (12) (figure 5).

Nous avons calculé le profil de la raie due à la dimension finie d'une source perpendiculaire à l'axe en partant de la raie d'un point source S' situé à une distance r de l'axe Z du spectromètre et dont les électrons sont émis sous l'angle α avec Z' (11). Du fait de la symétrie axiale, les électrons arrivent dans le plan de focalisation Z_i sur un cercle de rayon r_i (6) centré sur Z ou Z' suivant qu'ils soient émis de S ou S' . Si les directions d'émission sont parallèles, les trajectoires traversent le plan de focalisation en a ou en a' (figure 6).

En première approximation si $r \ll r_i$, la distance R_i entre l'axe Z et le point a' où la trajectoire issue de S' traverse le plan de focalisation est en première approximation

$$R_i = r_i \left[1 + \frac{r}{r_i} \cos \gamma \right] \quad \begin{aligned} \gamma &= \Theta_i + \varphi \\ 0 &\leq \varphi \leq 2\pi \end{aligned} \quad (15)$$

où φ est l'angle entre la direction d'émission et le plan contenant Z et Z' et Θ_i l'angle de rotation de l'électron autour de Z ou Z' entre la source et le plan de focalisation.

$$\Delta r_i = R_i - r_i = r \cos \gamma \quad (16)$$

Dans un champ magnétique uniforme, on a la relation (8)

$$\Delta r_i = \left(\frac{\partial r}{\partial \Delta D} \right)_i \Delta D = \frac{\sin \Theta_i}{\sin \alpha} \Delta D$$

qui substituée dans (16) donne

$$\Delta D = r \frac{\sin \alpha}{\sin \Theta_i} \cos \gamma \quad (17)$$

La variation de l'intensité I_3' correspond à la variation de $\gamma \sin \alpha$ en fonction de ΔD , γ étant l'angle qui décrit la symétrie axiale de l'ensemble des trajectoires :

$$0 \leq \gamma \leq 2\pi$$

On a :

$$I_3'(\Delta D) = 2 \sin \alpha \frac{\partial \gamma}{\partial \Delta D} = 2 \sin \alpha \left[\left(r \frac{\sin \alpha}{\sin \theta_i} \right)^2 - \Delta D^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (18)$$

qui représente le profil de la raie d'un point source S' excentré en Z' (figure 7). Les deux branches à l' ∞ de I_3' correspondent aux points où le cercle des trajectoires issues de S' est tangent au cercle de focalisation du spectromètre, ce sont deux points de focalisation au maximum d'aberration.

Tous les points sources sur un cercle de rayon r donnent le même profil de raie I_3' (18). Pour obtenir $I_3(\Delta D)$ d'une source étendue, on intègre $I_3'(\Delta D)$ sur la surface de la source et pour un disque de rayon R on obtient :

$$I_3(\Delta D) = 4\pi \sin \alpha \int_{\Delta D \frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha}}^R I_3'(\gamma) r dr = 4\pi \sin \alpha \left(\frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha} \right)^2 \left[\left(R \frac{\sin \alpha}{\sin \theta_i} \right)^2 - \Delta D^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (19)$$

Les limites de l'intégrale sont fixées par le fait que pour un ΔD , la surface de la source qui contribue à $I_3(\Delta D)$ est comprise entre $r = \Delta D \frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha}$ et R .

Le profil $I_3(\Delta D)$ est une ellipse dont la base est égale à $2R \frac{\sin \alpha}{\sin \theta_i}$ et la hauteur $4\pi \sin \alpha R \frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha}$ (figure 8). On retrouve ainsi le résultat que DuMond²⁾ avait obtenu par des considérations de surface sur la source et en négligeant la symétrie axiale des trajectoires.

Pour calculer le profil résultant par la méthode des produits de composition, il est nécessaire que les fonction $I_1(\Delta D)$, $I_2(\Delta D)$, $I_3(\Delta D)$ soient indépendantes. Le profil $I_{1,2}(\Delta D)$ calculé d'une manière exacte et avec l'approximation de la parabole montre que I_1 et I_2 sont indépendantes. Pour le profil $I_3(\Delta D)$, il faut admettre que l'angle solide vu par un point de la source est indépendant de sa position de même que les aberrations chromatique et de sphéricité. Avec les systèmes de diaphragmes sur la caustique

au voisinage du plan de focalisation de la figure 5, ces approximations se trouvent justifiées si $R \ll d_0$. Le profil résultant représente alors la raie expérimentale du spectromètre.

On a calculé le profil résultant de la raie instrumentale pour trois cas :

1. point source excentré avec les diaphragmes de la figure 5c;
2. a) source de rayon R avec les diaphragmes de la figure 5a;
b) source de rayon R avec les diaphragmes de la figure 5c;
c) source de rayon R avec les diaphragmes de la figure 5d.

Les profils $I_{1,2}$ de la figure 5 peuvent se décomposer en plusieurs fonctions. Les convolutions pourront s'effectuer séparément sur chacune des fonctions et, en recomposant graphiquement les résultats, on obtiendra le profil résultant.

Il faut distinguer deux cas :

1. diaphragme du type 5a :
le profil 5a se décompose en deux arcs de paraboles et une fonction constante (figure 9);
2. condition géométrique optimum des diaphragmes :
le profil 5c se décompose en deux arcs de parabole (figure 10);
le profil 5d est représenté par un arc de parabole avec $A_{1,2} = A_2$ (figure 10).

Avec cette décomposition, $I_{1,2}$ sera représenté dans le calcul des convolutions par des arcs de paraboles et une fonction rectangulaire.

I. Profil de la raie $I_{1,2,3}'$

(un point source à une distance r de l'axe Z et les diaphragmes (5d) aux conditions géométriques optimum). Soit $A_{1,2}$ la largeur à la base du profil $I_{1,2}$ et A_3 la demi-largeur à la base du profil I_3'

$$I_{1,2}(\Delta D) = 2 K_1 \sqrt{\Delta D} \quad 0 < \Delta D < A_{1,2}$$

$$I_3'(\Delta D) = 2 \sin \alpha \left[A_3^2 - (A_3 - \Delta D)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad 0 < \Delta D < 2A_3$$

Si on pose $K = \frac{\Delta D}{2A_3}$ et $K' = \frac{\Delta D'}{2A_3}$ on doit calculer :

$$I_{1,2,3}'(K) = \frac{4K_1 \sin \alpha}{\sqrt{2A_3}} \int_{K_1}^{K_2} \left[\frac{K - K'}{K' - K'^2} \right]^{\frac{1}{2}} dK' \quad (20)$$

On obtient :

pour $0 \leq K \leq 1$

$$I_{1,2,3}'(K) = 4 K_1 \sin \alpha \sqrt{2A_3} \left\{ (K - 1) F\left(\sqrt{K}; \sin^{-1} \sqrt{\frac{K'}{K}}\right) + E\left(\sqrt{K}; \sin^{-1} \sqrt{\frac{K'}{K}}\right) \right\} \quad (21)$$

pour $K \geq 1$

$$I_{1,2,3}'(K) = 4 K_1 \sin \alpha \sqrt{2A_3} \left\{ \sqrt{K} \left[E\left(\sqrt{\frac{1}{K}}; \sin^{-1} \sqrt{K'}\right) \right] \right\} \quad (22)$$

où F et E sont les fonctions elliptiques de 1ère et 2ème espèce.

Nous aurons pour les différents domaines de K :

$$1. \quad 0 \leq K' \leq K \quad \text{et} \quad 0 \leq K < \rho \quad \text{où} \quad \rho = \frac{A_{1,2}^2}{2A_3}$$

$$I_{1,2,3}'(K; \rho) = 4 K_1 \sin \alpha \sqrt{2A_3} \left\{ (K-1) F\left(\sqrt{K}; \frac{\pi}{2}\right) + E\left(\sqrt{K}; \frac{\pi}{2}\right) \right\} \quad (23)$$

$$2. \quad K - \rho \leq K' \leq K \quad \text{et} \quad \rho < K < 1$$

$$I_{1,2,3}'(K;\rho) = 4 K_1 \sin \alpha \sqrt{2A_3} \left\{ (K-1) \left[F\left(\sqrt{K}; \frac{\pi}{2}\right) - E\left(\sqrt{K}; \sin^{-1} \sqrt{1-\rho \frac{1}{K}}\right) \right] + \right. \\ \left. E\left(\sqrt{K}; \frac{\pi}{2}\right) - E\left(\sqrt{K}; \sin^{-1} \sqrt{1-\rho \frac{1}{K}}\right) \right\} \quad (23)$$

$$3. \quad K - \rho \leq K' \leq 1 \quad \text{et} \quad 1 < K < 1 + \rho$$

$$I_{1,2,3}'(K;\rho) = 4 K_1 \sin \alpha \sqrt{2A_3} \left\{ \sqrt{K} F\left(\sqrt{\frac{1}{K}}; \frac{\pi}{2}\right) - E\left(\sqrt{\frac{1}{K}}; \sin^{-1} \sqrt{K-\rho}\right) \right\}$$

Le profil de la raie représentée par les expressions (23) correspond à un profil $I_{1,2}$ de la figure 5d où $n = \infty$ et $A_{1,2} = A_2 = \Delta D_1$.

La figure 11 représente la raie $I_{1,2,3}'(K,\rho)$ pour

$$\rho = \frac{A_{1,2}}{2A_3} = \frac{1}{12}$$

Nous avons calculé ce profil de raie pour vérifier le calcul de la raie d'un point source excentré. Pour cela, nous avons estimé que l'approximation $n = \infty$ pour un spectromètre où $n = 3$ était suffisante et que la dimension de la source était négligeable $R \ll r \ll d$. Si $R \ll r$, mais n'est pas très petit, il faut intégrer I_3' sur la surface de la source.

La présence d'une double raie pour une source excentrée dans un champ magnétique uniforme avec un système géométrique optimum de diaphragmes est une propriété de la symétrie axiale. Cette propriété s'étend aux spectromètres avec des champs magnétiques axiaux inhomogènes.

D'après (18), $2A_3' = 2r \frac{\sin \alpha}{\sin \theta}$ représente la largeur à la base du profil I_3' et l'écartement des deux points à l'infini de (18) mesure directement la dispersion. Sur la figure 11, on

voit que si $\frac{A_2}{2A_3} < \frac{1}{10}$ la distance des maximum de $I_{1,2,3}'$ donne une bonne approximation de la dispersion du champ magnétique de même que la largeur à la base qui est égale à $2A_3' + A_2$. Cette mesure de la dispersion d'un champ magnétique présente un intérêt pour les champs inhomogènes où l'on a pas d'expression analytique de cette aberration et elle permet de déterminer les dimensions optimum des sources à utiliser dans ces types de spectromètres.

II. Profil de la raie $I_{1,2,3}$ (pour une source étendue).

Pour les trois dispositions des diaphragmes envisagées, figure 5a, c, d, on doit calculer la convolution d'un arc de parabole et d'une ellipse.

Soit $A_{1,2}$ la base de l'arc de parabole et $2A_3$ la largeur à la base de I_3 . Il faut calculer d'après (12) et (19) et si on pose $K = \frac{\Delta D}{2A_3}$ et $K' = \frac{\Delta D'}{2A_3}$:

$$I_{1,2,3}(K) = 16 \sqrt{2} \pi K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \Theta_i}{\sin \alpha} \right)^2 A^{\frac{3}{2}} \int_{K'_a}^{K'_b} \sqrt{(K - K')(K' - K'^2)} dK' \quad (24)$$

On obtient :

pour $0 \leq K \leq 1$

$$I_{1,2,3}(K) = \frac{64}{15} \sqrt{2} \pi K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \Theta_i}{\sin \alpha} \right)^2 A^{\frac{5}{2}} \left\{ (K^2 - 3K + 2) F \left(\sqrt{K}; \sin^{-1} \sqrt{\frac{K'}{K}} \right) - 2(K^2 - K + 1) E \left(\sqrt{K}; \sin^{-1} \sqrt{\frac{K'}{K}} \right) + K \sqrt{\frac{K'}{K}} (1 - K') \left(1 - \frac{K'}{K} \right) \left[K(1 - 3\frac{K'}{K}) + 1 \right] \right\} \quad (25)$$

pour $K \geq 1$

$$I_{1,2,3}(K) = \frac{64}{15} \sqrt{2} \pi K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha} \right)^2 A_3^{\frac{5}{2}} \left\{ \sqrt{K} (2K^2 - 3K + 1) F \left(\sqrt{\frac{1}{K}}; \sin^{-1} \sqrt{K'} \right) \right. \\ \left. - \sqrt{K} (K^2 - K + 1) E \left(\sqrt{\frac{1}{K}}; \sin^{-1} \sqrt{K'} \right) + K^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{K'}{K} (1 - K') (1 - \frac{K'}{K})} \left[K \left(1 - 3 \frac{K'}{K} \right) + 1 \right] \right\} \quad (26)$$

où F et E sont les fonctions elliptiques de 1ère et 2ème espèces.

Si on introduit les limites d'intégrations K'_a et K'_b , nous aurons pour les différents domaines de K avec $\rho = \frac{A_{1,2}}{2A_3}$:

$$1. \quad 0 \leq K' \leq K \quad \text{pour} \quad 0 \leq K \leq \rho$$

$$I_{1,2,3}(K, \rho) = \frac{64}{15} \sqrt{2} \pi K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha} \right)^2 A_3^{\frac{5}{2}} \left\{ (K^2 - 3K + 2) F \left(\sqrt{K}; \frac{\pi}{2} \right) \right. \\ \left. - 2 (K^2 - K + 1) E \left(\sqrt{K}; \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$

$$2. \quad K - \rho \leq K' \leq K \quad \text{pour} \quad \rho \leq K \leq 1$$

(27)

$$I_{1,2,3}(K, \rho) = \frac{64}{15} \sqrt{2} \pi K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha} \right)^2 A_3^{\frac{5}{2}} \left\{ (K^2 - 3K + 2) \left[F \left(\sqrt{K}; \frac{\pi}{2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - F \left(\sqrt{K}; \sin^{-1} \sqrt{1 - \frac{\rho}{K}} \right) \right] - 2 (K^2 - K + 1) \left[E \left(\sqrt{K}; \frac{\pi}{2} \right) - E \left(\sqrt{K}; \sin^{-1} \sqrt{1 - \frac{\rho}{K}} \right) \right] \right. \\ \left. - K \sqrt{\left(1 - \frac{\rho}{K} \right) (1 + \rho - K)} \frac{\rho}{K} (3\rho - 2K + 1) \right\}$$

$$3. \quad K - \rho \leq K' \leq 1 \quad \text{pour} \quad 1 \leq K \leq 1 + \rho$$

$$I_{1,2,3}(K, \rho) = \frac{64}{15} \sqrt{2} \pi K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha} \right)^2 A_3^{\frac{5}{2}} \left\{ \sqrt{K} (2K^2 - 3K + 1) \left[F \left(\sqrt{\frac{1}{K}}; \frac{\pi}{2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - F \left(\sqrt{\frac{1}{K}}; \sin^{-1} \sqrt{K - \rho} \right) \right] - 2 \sqrt{K} (K^2 - K + 1) \left[E \left(\sqrt{\frac{1}{K}}; \frac{\pi}{2} \right) - E \left(\sqrt{\frac{1}{K}}; \sin^{-1} \sqrt{K - \rho} \right) \right] \right. \\ \left. - K \sqrt{\left(1 - \frac{\rho}{K} \right) (1 + \rho - K)} \rho (3\rho - 2K + 1) \right\}$$

Les expressions (27) représentent le profil de la raie $I_{1,2,3}$ pour les conditions géométriques optimum des diaphragmes avec $n = \infty$, c'est-à-dire $A_{1,2} = A_2 = \Delta D_1$. Si $n \neq \infty$, pour obtenir le profil $I_{1,2,3}$, on procède par composition graphique de la raie suivant la figure (10). La partie positive du profil $I_{1,2}^{(+)}$ aura pour base $A_{1,2}^{(+)} = \frac{n^2}{n^2-1} A_2$ et pour la partie négative $I_{1,2}^{(-)}$, $A_{1,2}^{(-)} = \frac{1}{n^2-1} A_2$. La largeur à la base du profil résultant $I_{1,2,3}$ est égale à $\frac{n^2}{n^2-1} A_2 + 2A_3$. Les profils pour $n = 3$ et $n = \infty$ sont représentés sur la figure 19. Les largeurs à demi-hauteur sont respectivement de $1,23 A_2$ et $1,13 A_2$.

Pour les diaphragmes du type figure 5a, il faut tenir compte de la partie rectangulaire I_2 du profil et calculer le produit de composition de I_2 avec le profil I_3 de la source étendue (figures 8 et 9). On obtient pour les différentes valeurs de $K = \frac{\Delta D}{2A_3}$ avec $A_1 = A_2$.

1. $0 < K < \rho$

$$I_{2,3} = 8 \pi K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha} \right)^2 \sqrt{A_2} A_3^2 \left\{ (2K-1) \sqrt{K(1-K)} + \frac{1}{2} \left[\frac{3\pi}{2} - \sin^{-1}(2K-1) \right] \right\}$$

2. $\rho < K < 1$

$$I_{2,3} = 8 \pi K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha} \right)^2 \sqrt{A_2} A_3^2 \left\{ (2K-1) \sqrt{K(1-K)} - (2K-1-2\rho) \sqrt{(K-\rho)(1+\rho-K)} + \frac{1}{2} [\sin^{-1}(2K-2\rho-1) - \sin^{-1}(2K-1)] \right\} \quad (28)$$

3. $1 < K < 1+\rho$

$$I_{2,3} = 8 \pi K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \theta_i}{\sin \alpha} \right)^2 \sqrt{A_2} A_3^2 \left\{ (-2K-2\rho+1) \sqrt{(K-\rho)(1+\rho-K)} + \frac{1}{2} \left[\sin^{-1}(2K-2\rho-1) - \frac{\pi}{2} \right] \right\}$$

La largeur à la base de ce profil est égale à $A_2 + 2A_3$.

Sur la figure 12 est représenté $I_{1,2,3}$ pour $\rho = \frac{1}{2}$ et $I_{2,3}$ pour $\rho = \frac{1}{2}$ et le profil résultant $I_{1,2,3}$ qui correspond au système de diaphragme de la figure 5a. Sa largeur à la base est égale à $2A_2 + 2A_3$ et à demi-hauteur $1,72 A_2$. Cette valeur exacte est légèrement supérieure à celle de DuMond²⁾ $1,62 A_2$ pour les mêmes profils $I_{1,2}$ et I_3 . Les profils des raies de la figure 12, 13 sont pratiquement symétriques.

Le profil $I_{1,2,3}(K)$ dépend de deux paramètres α et ρ qu'on peut déterminer pour obtenir les valeurs optimum du pouvoir séparateur $\frac{\Delta D_1}{2}$ ($\Delta D_1 =$ largeur à demi-hauteur de la raie) et de la luminosité $D_0 L = \omega \pi R^2$ ($\omega =$ angle solide). La surface $S_{1,2,3}$ de la raie peut s'exprimer en fonction de la surface $S_{1,2}$ du profil $I_{1,2}$ et de la surface S_3 de I_3 . Pour une convolution, on a la relation :

$$S_{1,2,3} = \int_0^{1+\rho} I_{1,2,3}(K) dK = \int_0^{1+\rho} dK \int_{K'_a}^{K'_b} I_{1,2}(K-K') I_3(K') dK' = S_{1,2}(A_{1,2}, \alpha) \cdot S_3(A_3, \alpha) \quad (29)$$

Pour $n = \infty$ on a $A_{1,2} = A_2$ et avec (12) :

$$S_{1,2}(A_{1,2}, \alpha) = 2K_1 \int_0^{A_2} \Delta D^{\frac{1}{2}} d(\Delta D) = 2K_1 \frac{2}{3} A_2^{\frac{3}{2}} \quad (30)$$

et S_3 d'après (19) et (8) :

$$S_3(A_3, \alpha) = 2 \pi^2 \sin \alpha R^2 = 2 \pi^2 \sin \alpha A_3^2 \left(\frac{\sin \theta_1}{\sin \alpha} \right)^2 \quad (31)$$

Avec (29), la surface du profil $I_{1,2,3}(K)$ sera :

$$S_{1,2,3} = \frac{8}{3} \pi^2 K_1 \sin \alpha \left(\frac{\sin \theta_1}{\sin \alpha} \right)^2 \cdot A_2^{\frac{3}{2}} \cdot A_3^2$$

et avec :

$$K_1 = \left[\frac{D_0}{2} (3 + \cos^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \theta_1) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

on a

$$S_{1,2,3} = \frac{8}{3} \pi^2 \left(\frac{D_0}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\sin \Theta_i}{\sin \alpha} \right)^2 [3 + 3 \cot^2 \alpha + \Theta_i^2 \tan^2 \alpha]^{-\frac{1}{2}} \cdot A_2^{\frac{3}{2}} \cdot A_3^2 \quad (32)$$

pour $n = \infty$

On voit que la surface de la raie peut se mettre sous la forme d'un produit de deux fonctions indépendantes

$$S_{1,2,3} \sim F_1(\alpha) F_2(A_2, A_3)$$

Pour déterminer les conditions optimum de α , $A_{1,2}$ et A_3 , on peut admettre, avec les conditions géométriques optimum des diaphragmes, que la surface (32) est une approximation suffisante si $n \geq 3$. Pour $n = 3$, la surface que l'on doit déduire ne représente que $\sim \frac{1}{10}$ de la surface pour $n = \infty$ et cette opération déplace un des flancs de la raie parallèlement à lui-même.

Si l'on se donne la condition :

$$A_2 + 2A_3 = A = \text{const.}$$

et si on pose

$$2A_3 = \frac{A}{a} \quad A_2 = \left(1 - \frac{1}{a}\right) A$$

on a :

$$F_2(A_{1,2}, A_3) = F(a) = A^{\frac{7}{2}} \cdot \frac{1}{a^2} \sqrt{\left(\frac{a-1}{a}\right)^3} \quad (34)$$

On obtiendra la valeur optimum de $S_{1,2,3}$ pour

$$\begin{aligned} \frac{dF(a)}{da} &= 0 \\ \frac{dF_1(\alpha)}{d\alpha} &= 0 \end{aligned} \quad (35)$$

De (35) on obtient $a = \frac{7}{4}$ ce qui donne la relation

$$\frac{A_2}{2A_3} = \frac{3}{4} \quad \text{pour } n = \infty \quad \text{on a : } A_{1,2} = A_2 \quad \text{et } A_2 = \Delta D_1 \quad (36)$$

Sur la figure 14 est représenté :

$$f(\rho) \sim \frac{1}{a^2} \left(\frac{a-1}{a} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Le maximum peu prononcé de la courbe $f(\rho)$ permet de déduire la condition

$$\frac{1}{2} \leq \frac{A_2}{2A_3} \leq \frac{5}{4}$$

pour rester à moins de 5% de la valeur maximum de $f(\rho)$. Si $n = 3$ on a $A_{1,2} = \frac{9}{8} A_2$ d'où les conditions optimum :

$$2A_3 = 1,5 A_2 \quad \text{et} \quad \frac{4}{9} \leq \rho \leq \frac{10}{9} \quad (37)$$

Pour trois valeurs de ρ on a vérifié sur le profil de la raie calculée que la largeur à demi-hauteur $\Delta D_{\frac{1}{2}}$ est constante pour $A_{1,2} + 2A_3 = \text{constante}$ ce qui justifie le choix de ce critère.

Dans le cas des diaphragmes de la figure 5a, ce critère n'est pas assez contraignant comme l'a montré DuMond²⁾ et pour une largeur à demi-hauteur $\Delta D_{\frac{1}{2}}$ constante, il déduit par le calcul de $S_{1,2,3}$ la valeur optimum

$$\frac{A_{1,2}}{2A_3} = 1 \quad \text{d'où} \quad A_1 = A_2 = A_3 \quad (38)$$

ce qui donne

$$A_3 = \frac{1}{2} D_0 \Lambda(\alpha) \Omega^2$$

Pour trouver la valeur optimum de α , on a calculé $F_1(\alpha)$ (figure 15) et des maximum des fonctions, on trouve :

$$\begin{array}{ll} \alpha \approx 40^\circ & \text{source étendue } 3) \quad 12) \\ \alpha \approx 45^\circ & \text{source ponctuelle } 2) \quad 3) \end{array} \quad (39)$$

Les expressions de A_2 et A_3 peuvent se mettre sous la forme :

$$A_2 = \frac{D_0}{2} \Lambda(\alpha) \Omega^2 \quad \Omega = \text{angle solide } \frac{\omega}{4\pi} \quad (40)$$

et suivant le nombre et la disposition des diaphragmes, on aura :

$$\begin{array}{ll} \text{fig. 5a} & A_3 = \frac{D_0}{2} \Lambda(\alpha) \Omega^2 \\ \text{fig. 5c} & A_3 = \frac{3}{4} D_0 \Lambda(\alpha) \Omega^2 \\ \text{fig. 5d} & A_3 = \frac{2}{3} D_0 \Lambda(\alpha) \Omega^2 \end{array} \quad (41)$$

où avec (39)

$$\Lambda(\alpha) = 3 + 3 \cotg^2 \alpha + \Theta_1^2 \tg^2 \alpha = 10,51$$

Pour les trois dispositions de diaphragmes (figures 5a, 5c, 5d) on a, d'après la figure 12 les largeurs à demi-hauteur $\Delta D_{\frac{1}{2}}$

$$\begin{array}{ll} \text{fig. 5a} & \Delta D_{\frac{1}{2}} = 1,72 A_2 \\ \text{fig. 5c} & \Delta D_{\frac{1}{2}} = 1,23 A_2 \\ \text{fig. 5d} & \Delta D_{\frac{1}{2}} = 1,43 A_2 \end{array} \quad (43)$$

et les pouvoirs séparateurs $P = \frac{\Delta D_{\frac{1}{2}}}{D_0}$ seront avec (39), (40) et (42) :

$$\begin{aligned}
 \text{fig. 5a} \quad P &= 9,04 \, \Omega^2 \\
 \text{fig. 5c} \quad P &= 6,47 \, \Omega^2 \\
 \text{fig. 5d} \quad P &= 5,94 \, \Omega^2
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

Avec les relations $R = A_3 \frac{\sin \Theta_1}{\sin \alpha}$ et $D_0 = \frac{d_0}{\sin \alpha}$ on aura les dimensions de la source

$$\begin{aligned}
 \text{fig. 5a} \quad R &= 6,9 \, D_0 \Omega^2 = 10,6 \, d_0 \Omega^2 \\
 \text{fig. 5c} \quad R &= 5,2 \, D_0 \Omega^2 = 8,0 \, d_0 \Omega^2 \\
 \text{fig. 5d} \quad R &= 4,6 \, D_0 \Omega^2 = 7,08 \, d_0 \Omega^2
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

Si l'on adopte la valeur exacte $\Delta D_{\frac{1}{2}} = 1,72 \, A_2$ (43) 5a au lieu de celle de DuMond²⁾ $\Delta D_{\frac{1}{2}} = 1,62 \, A_2$, la relation (44) 5a est à comparer avec la relation de Persico et Geoffrion¹³⁾ $P = 8,46 \Omega^2$. On voit que d'après (44) 5c et 5d, la disposition géométrique optimum des diaphragmes améliore sensiblement le pouvoir séparateur pour un angle solide donné. Les profils de la figure 12¹³⁾ sont tracés pour une même dimension de source. Dans ce cas, on voit que les $\Delta D_{\frac{1}{2}}$ sont pratiquement les mêmes, mais que l'intensité maximum pour les conditions géométriques optimum (figure 12) est supérieure et que la largeur à la base est plus petite. De ce fait, d'après (45), pour profiter entièrement de l'amélioration du pouvoir séparateur, on est conduit à choisir le rayon du spectromètre d_0 plus grand pour les conditions géométriques optimum. Le rayon de la source est une fonction linéaire de la dimension du spectromètre, tandis que le pouvoir séparateur en est indépendant.

Mesures de l'intensité et de l'énergie.

Pour mesurer une intensité, on doit connaître l'angle solide effectif défini par le système de diaphragmes.

La surface du profil $I_{1,2,3}$ est :

$$S_{1,2,3} = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3$$

Des profils I_1 , I_2 et I_3 on déduit :

$$S_1 = \frac{4}{3} \frac{n^2}{n^2-1} \Delta\alpha \quad S_2 = A_2 \quad S_3 = 2\pi^2 \sin\alpha R^2 \quad (46)$$

et pour la disposition des diaphragmes de la figure 5a, on a :

$$S_1 = 2 \Delta\alpha \quad (47)$$

Pour la surface totale, on obtient avec (46) :

$$S_{1,2,3} = \frac{2n^2}{3(n^2-1)} \cdot 4 \pi \sin\alpha \cdot \Delta\alpha \cdot A_2 \cdot \pi R^2 \quad (48)$$

Avec l'angle solide $\omega = 4 \pi \sin\alpha \Delta\alpha$, l'intensité totale sera donnée par ;

$$I_{\text{tot}} = \frac{S_{1,2,3}}{A_2} = \frac{2n^2}{3(n^2-1)} \cdot \omega \cdot \pi R^2 \quad (49)$$

L'angle solide effectif du système de diaphragme est :

$$\omega_{\text{eff}} = \frac{2n^2}{3(n^2-1)} \omega \quad (49')$$

et πR^2 représente la surface de la source.

Pour définir l'énergie d'un rayonnement β mono-cinétique représenté par la raie $I_{1,2,3}$, il faut trouver un point sur le profil qui puisse s'exprimer d'une manière précise en fonction des paramètres géométriques du spectromètre. Les points D_0 ou D_1 du profil $I_{1,2}$ (figure 10) correspondent aux points où toute l'intensité serait concentrée si l'instrument n'avait pas d'aberration sphérique et du point de vue géométrique D_0 est bien défini par le diaphragme intérieur et D_1 par la caustique (figures 5 et 18). Le profil de la raie I_3 d'une source étendue est symétrique et même une faible excentricité de sa position dans le spectromètre n'altère pas cette symétrie comme le montre le calcul du profil d'un point source excentré.

Le centre de gravité peut se déterminer graphiquement sur une raie expérimentale de même qu'on peut le calculer par rapport à D_0 ou D_1 . Si le profil S_3 est symétrique, on a la relation :

$$M^{(1)}(I_{1,2,3}) = M^{(1)}(I_{1,2}) \cdot S_3 \quad (50)$$

où les $M^{(1)}$ sont les moments du premier ordre de $I_{1,2,3}$ et $I_{1,2}$. Pour les systèmes de diaphragmes (figures 5b, c et d), on a :

$$M_{D_0}^{(1)}(I_{1,2}) = S_{1,2} \cdot \frac{1}{5} \left(\frac{3n^4 - 5n^2 + 2}{(n^2 - 1)^2} \right) A_2 \quad (51)$$

pour figure 5a :

$$M_{D_0}^{(1)}(I_{1,2}) = S_{1,2} \cdot \frac{5}{6} \cdot A_2 \quad (52)$$

De (51), on déduit les coordonnées du centre de gravité par rapport à D_0 pour les systèmes de diaphragmes de la figure 5b, c et d.

$$\begin{aligned} \text{Pour } n = 2 \quad \Delta D_{(cg)}(D_0) &= \frac{2}{3} A_2 \\ n = 3 \quad \Delta D_{(cg)}(D_0) &= \frac{5}{8} A_2 \\ n = \infty \quad \Delta D_{(cg)}(D_0) &= \frac{3}{5} A_2 \end{aligned} \quad (53)$$

Pour avoir les coordonnées du centre de gravité par rapport à D_1 , on a :

$$\Delta D_{(cg)}(D_1) = A_2 - \Delta D_{(cg)}(D_0) \quad (54)$$

Pour figure 5 a :

$$\Delta D_{(cg)}(D_0) = \frac{5}{6} A_2 \quad \text{et} \quad \Delta D_{(cg)}(D_1) = \frac{1}{6} A_2$$

Expérimentalement, pour mesurer l'énergie absolue d'un rayonnement mono-cinétique, il suffit de déterminer graphiquement le centre de gravité de la raie et de tenir compte que le D_0 ou le D_1 se trouve à $\Delta D_{(cg)}$ du centre de gravité. Cette méthode de mesure est indépendante de la dimension et de la position de la source, sa précision ne dépend que du profil $I_{1,2}$ qui se calcule sans approximation pour les spectromètres à champ axial uniforme. On peut donc ainsi déterminer sur le profil de la raie un point qui s'exprime directement en fonction des paramètres géométriques de l'appareil.

En conclusion, dans ce chapitre, nous avons donné toutes les formules nécessaires à la construction d'un spectromètre β et les formes de raies instrumentales avec de très bonnes approximations. La discussion de ces résultats permet de déterminer les conditions optimum pour la réalisation d'un spectromètre β . Le rayon d_0 du spectromètre sera déterminé par la pouvoir séparateur que l'on veut obtenir et les dimensions de la source que l'on doit utiliser. Les conditions optimum de $\alpha \approx 40^\circ$ et $\frac{4}{3} A_{1,2} = A_3$ déterminent les paramètres fondamentaux du spectromètre D_0 et D_1 . Avec le calcul graphique de Koh⁴⁾, on fixe la position optimum des diaphragmes et on calcule leurs coordonnées r_i et z_i .

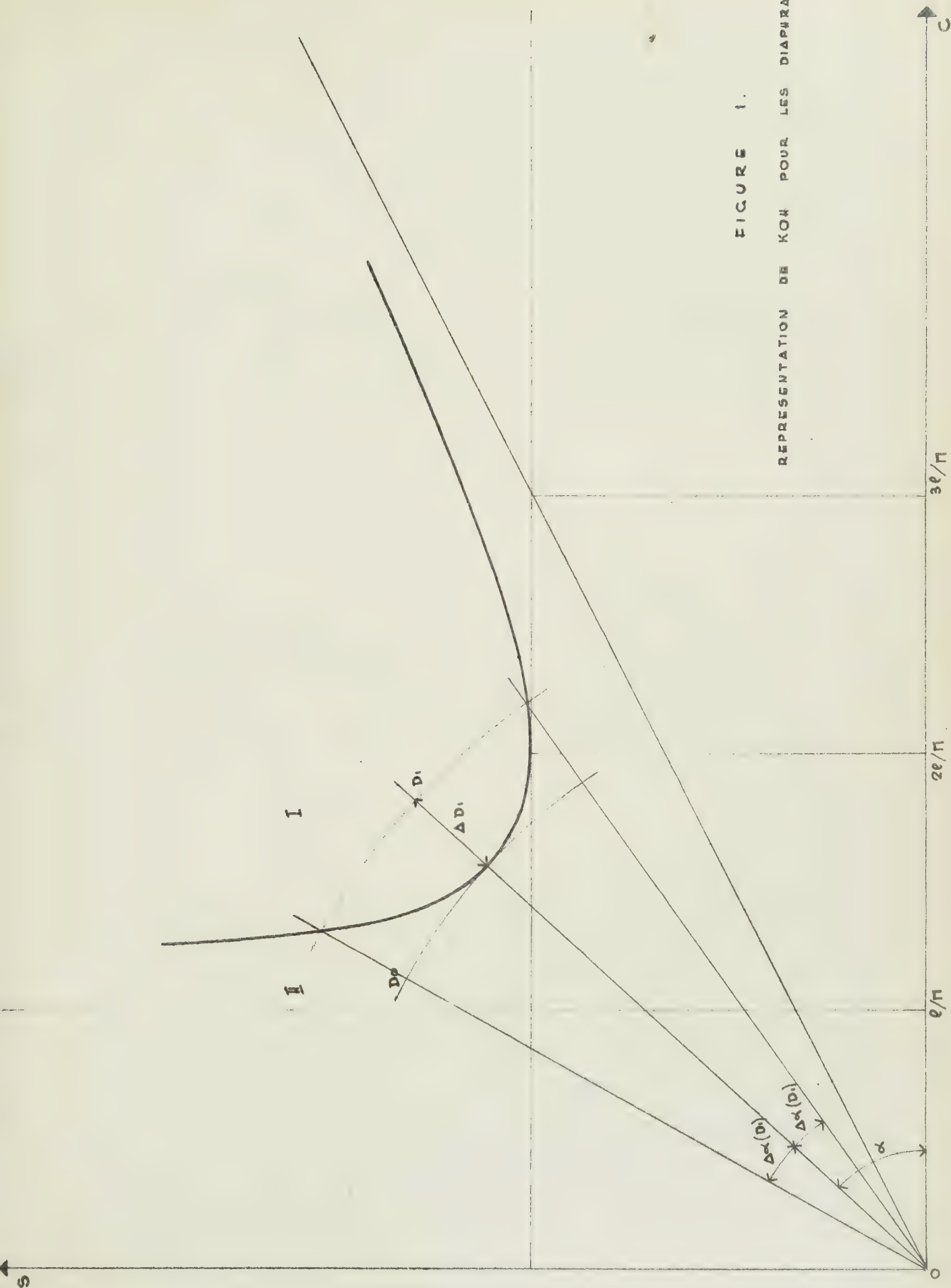


FIGURE 1.

REPRESENTATION DE KOH POUR LES DIAPHRAGMES.

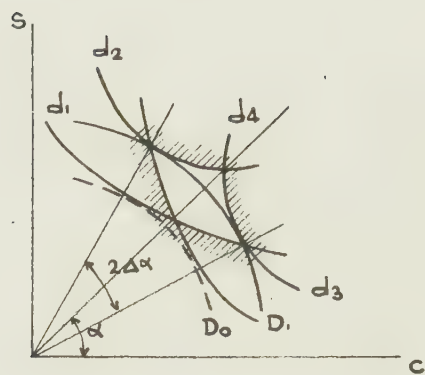
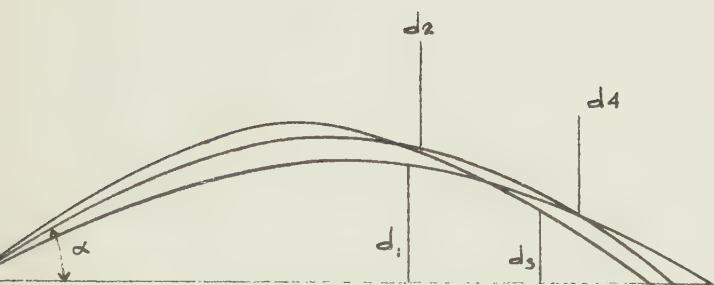


FIGURE 2.

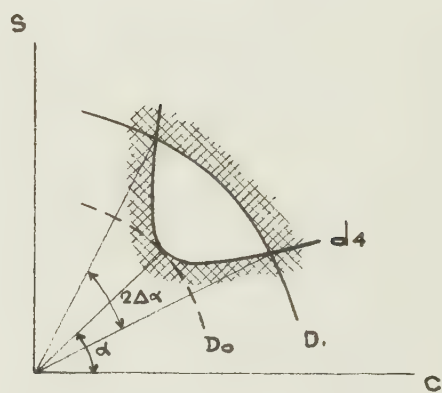
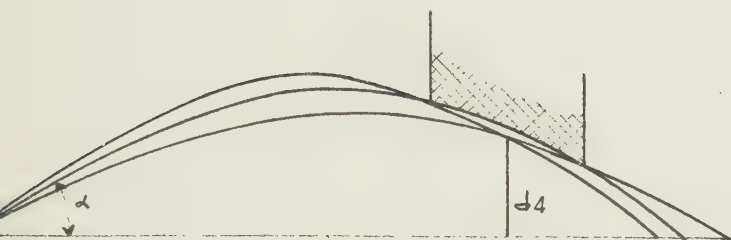
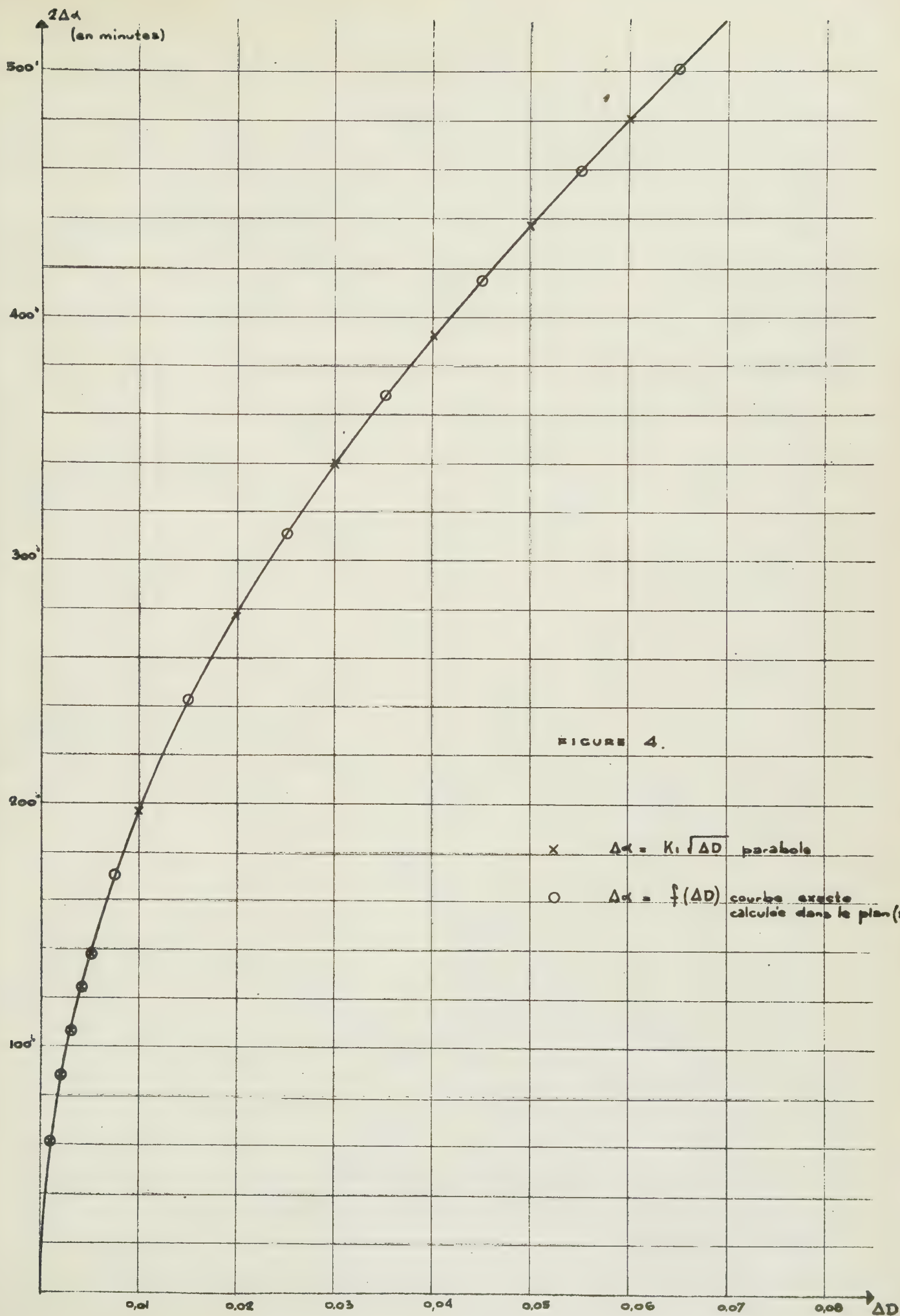


FIGURE 3.

SYSTEME DE DIAPHRAGMES SUR LES CAUSTIQUES D_0 ET D_1 .



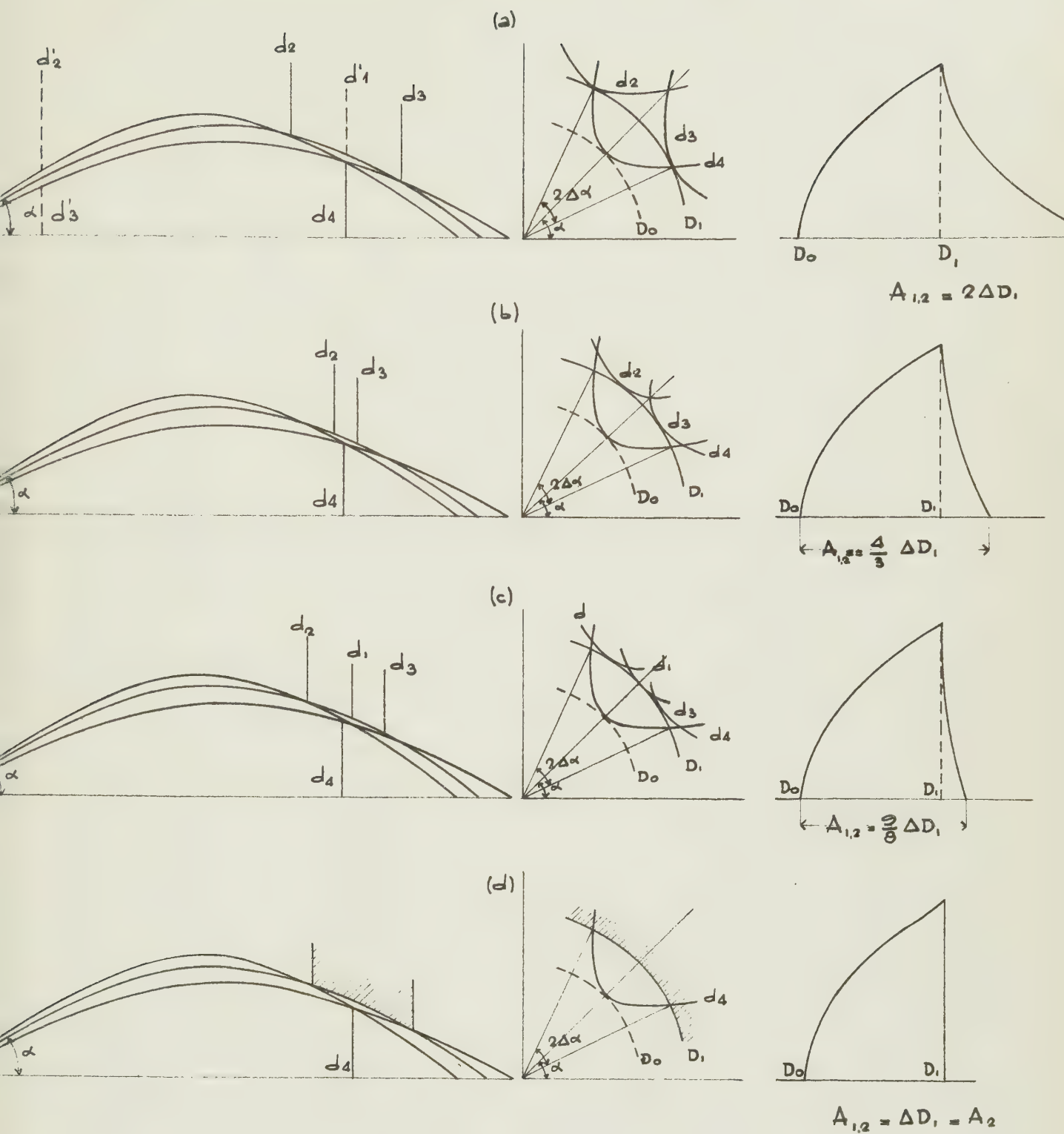


FIGURE 5.

SYSTEME DE DIAPHRAGMES SATISFAISANT
LES CONDITIONS GEOMETRIQUES OPTIMUM

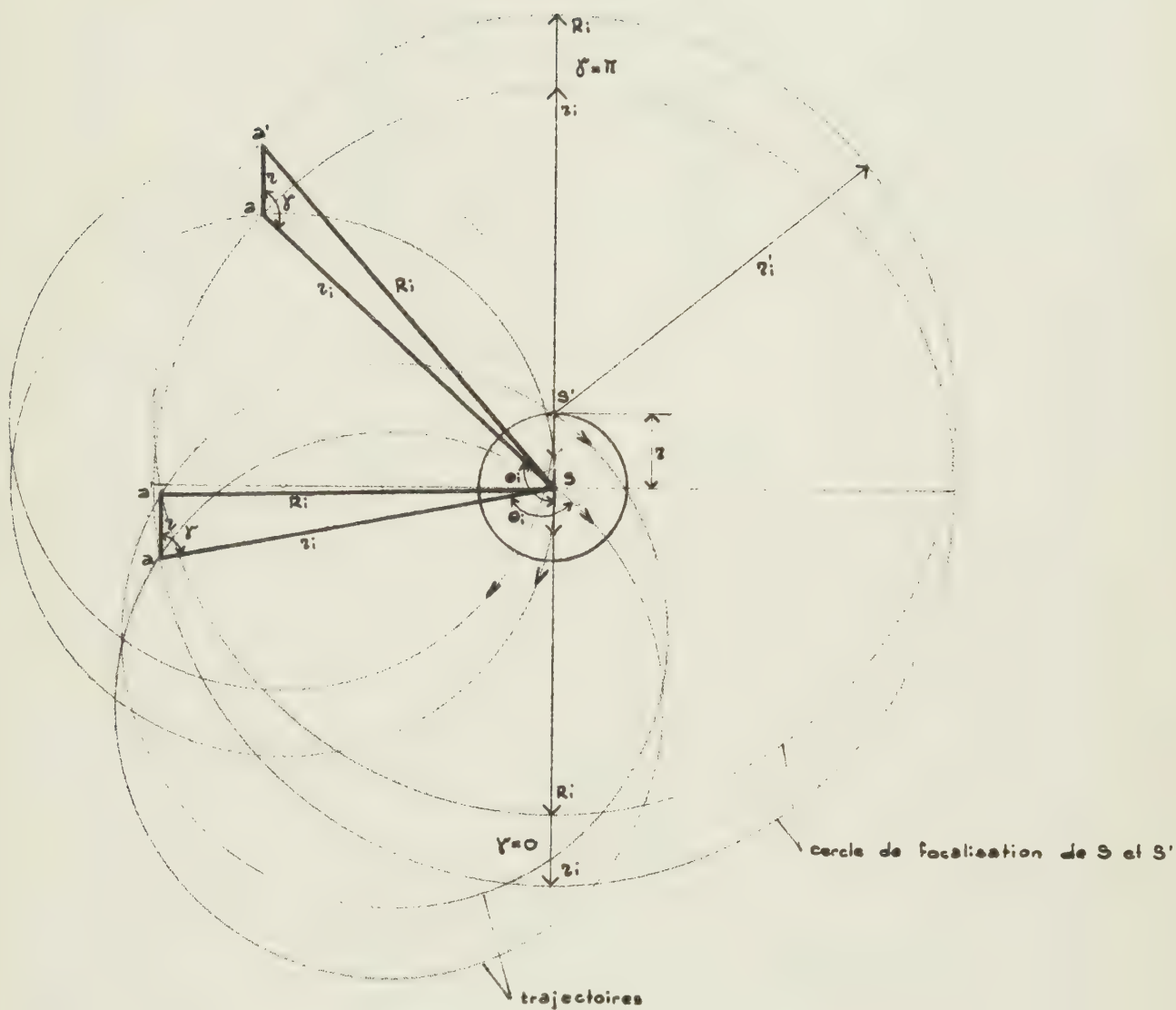


FIGURE 6.

PROJECTION DES TRAJECTOIRES ISSUES DE S ET S' SUR LE PLAN
DU CERCLE DE FOCALISATION.

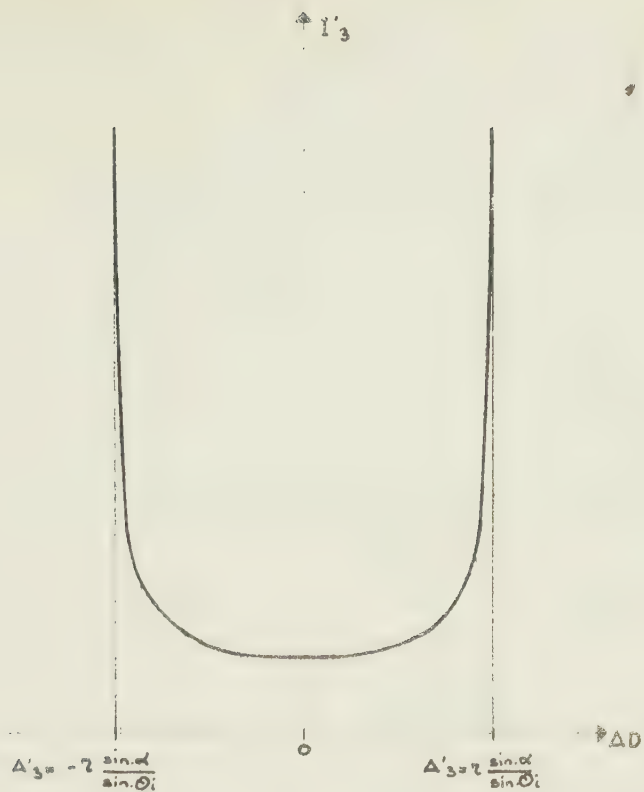


FIG 7 : PROFIL DE LA RAIE D'UN POINT SOURCE EXCENTRE EN S' .

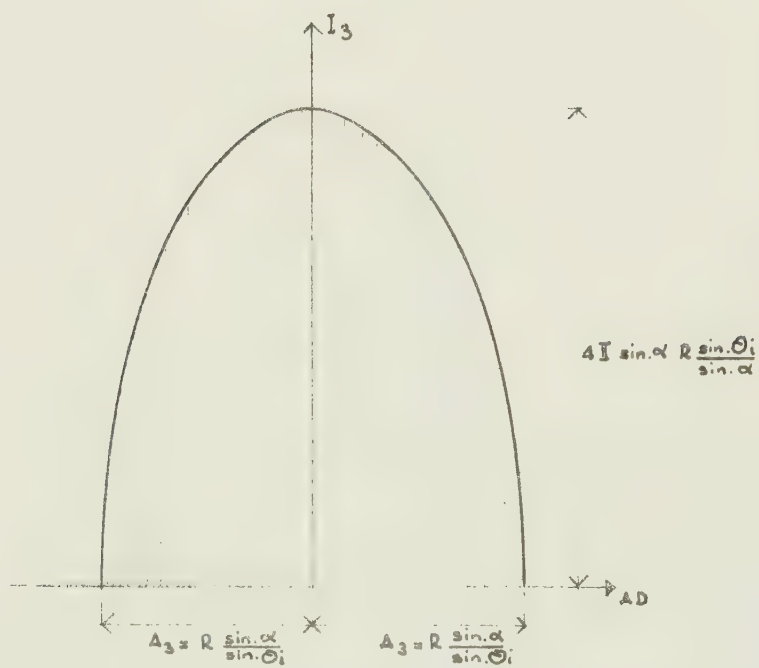


FIG 8 : PROFIL DE LA RAIE D'UNE SOURCE ETENDUE DE RAYON R .

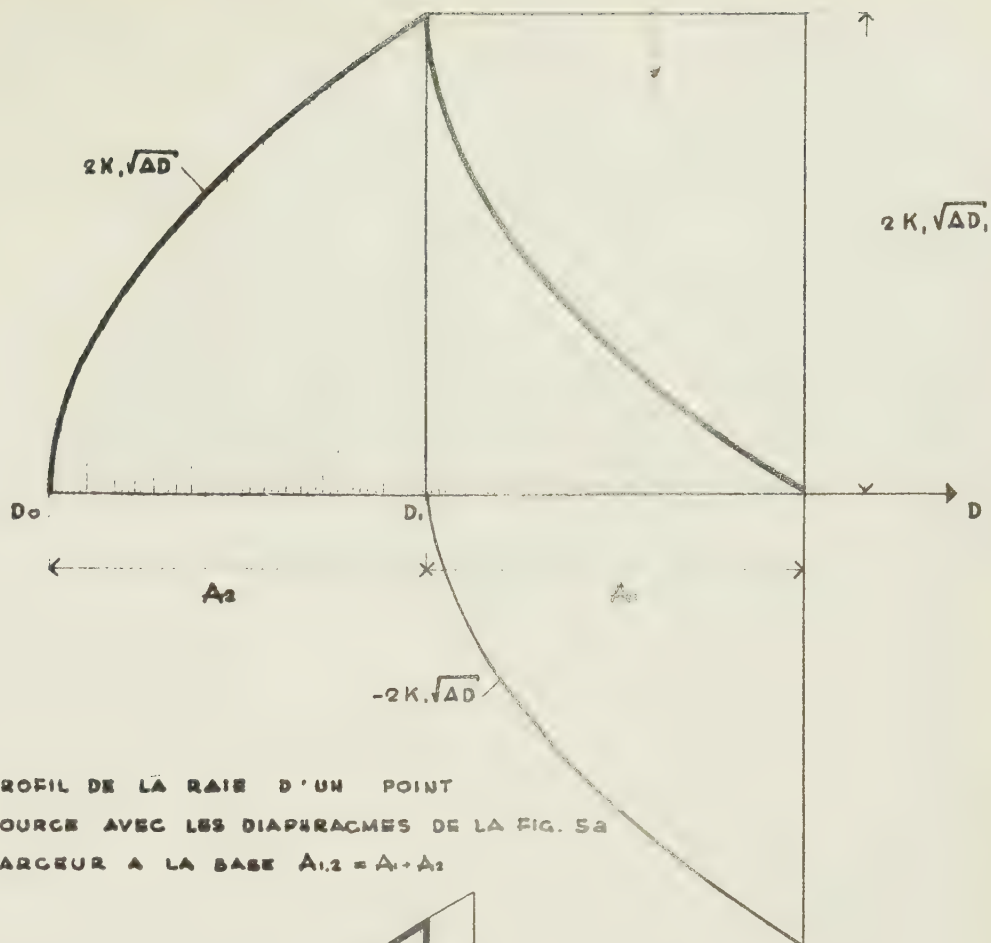


FIG. 9 : PROFIL DE LA RAIE D'UN POINT SOURCE AVEC LES DIAPHRAGMES DE LA FIG. 5a
LARGEUR A LA BASE $A_{1,2} = A_1 + A_2$

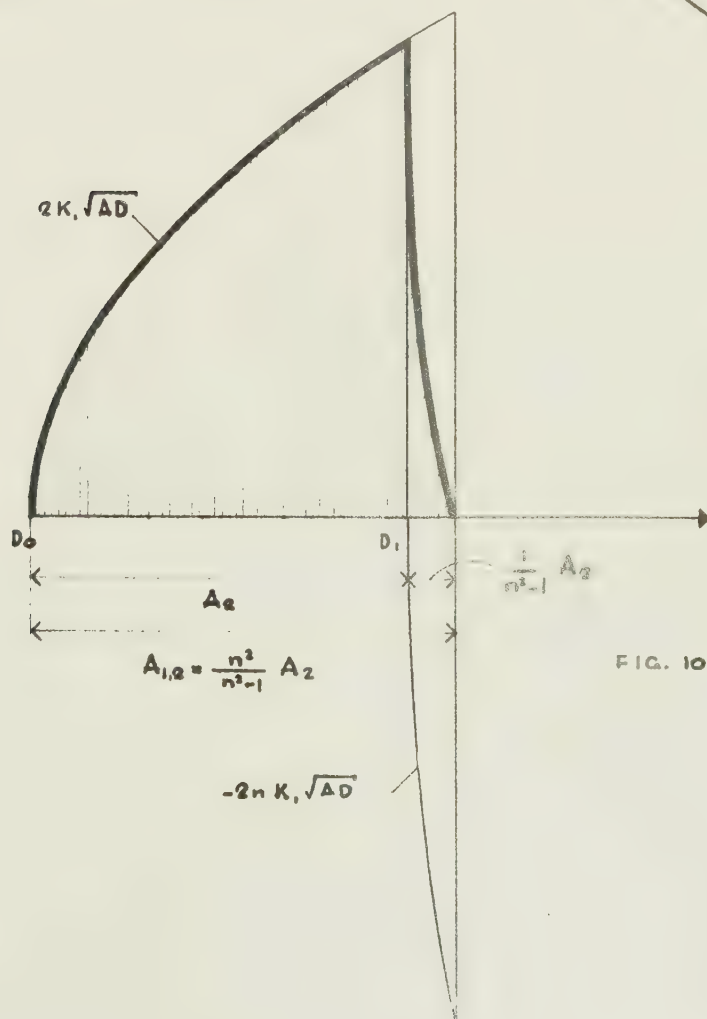
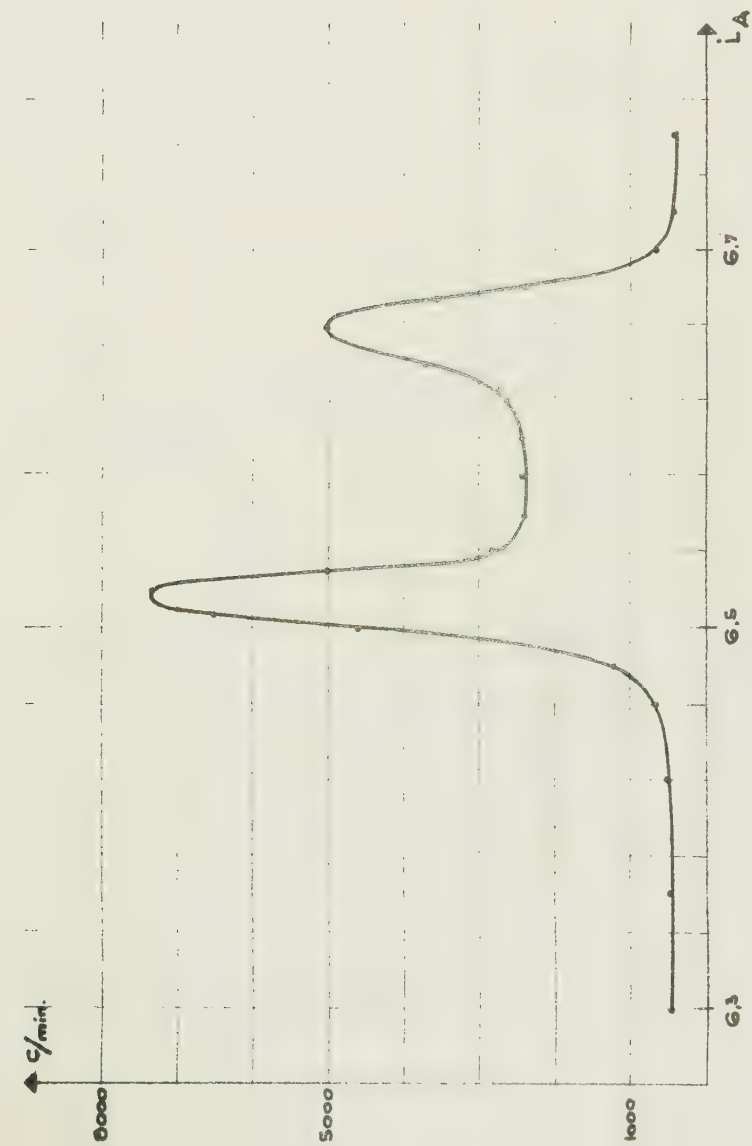
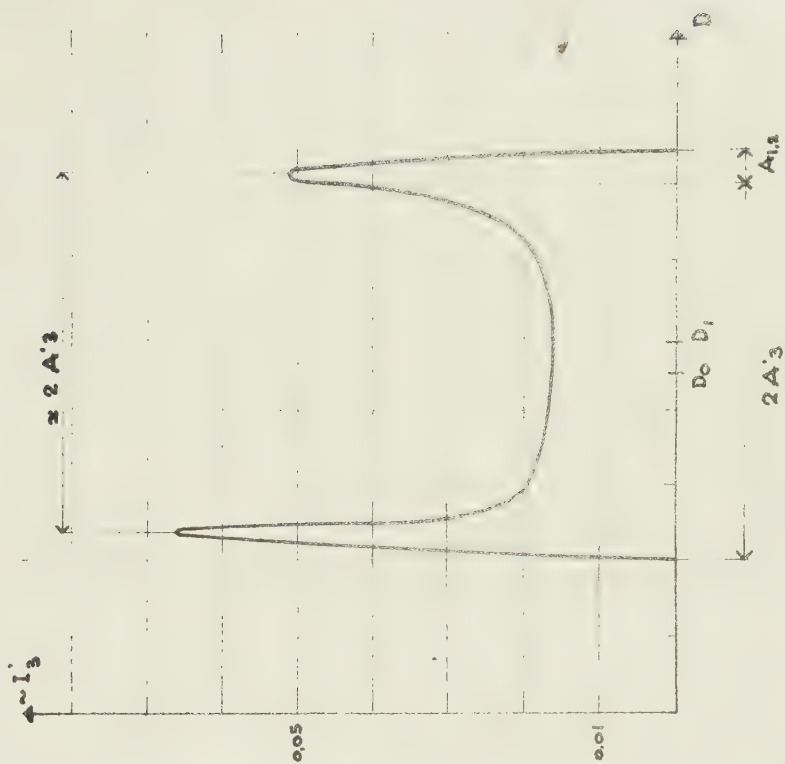


FIG. 10 : PROFIL DE LA RAIE D'UN POINT SOURCE AVEC LES DIAPHRAGMES AUX CONDITIONS GEOMETRIQUES OPTIMUM.

FIGURE II



RAIE F DU TH B POUR UNE
SOURCE DE RAYON R A UNE
DISTANCE γ DE L'AXE AVEZ $R \ll \gamma$



RAIE D D'UN POINT SOURCE
EXCENTRE CALCULÉ POUR P_{12}
AVEC LES FORMULES (23)

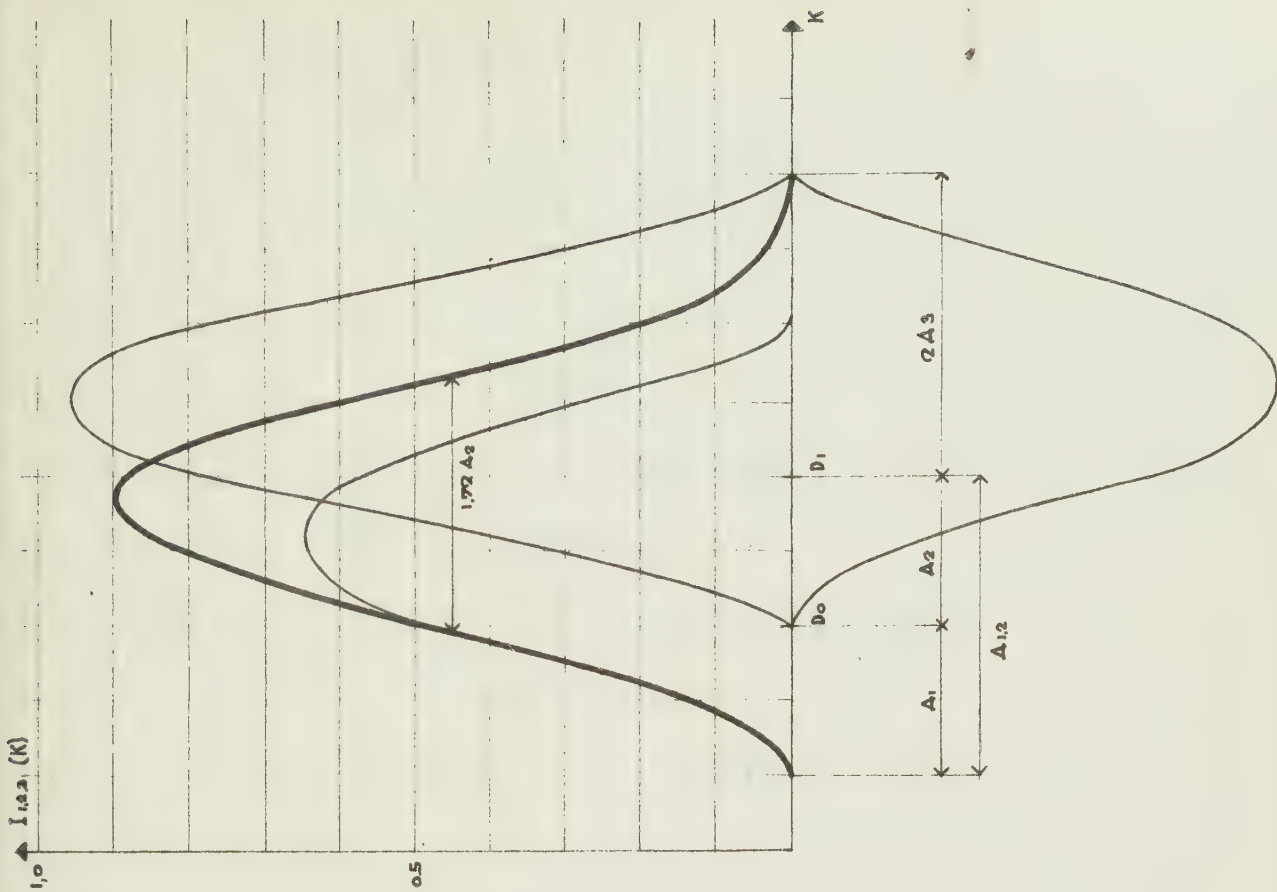


FIG. 13 : DIAPHRAGMES D'OUVERTURE ET DE FOCALISATION.

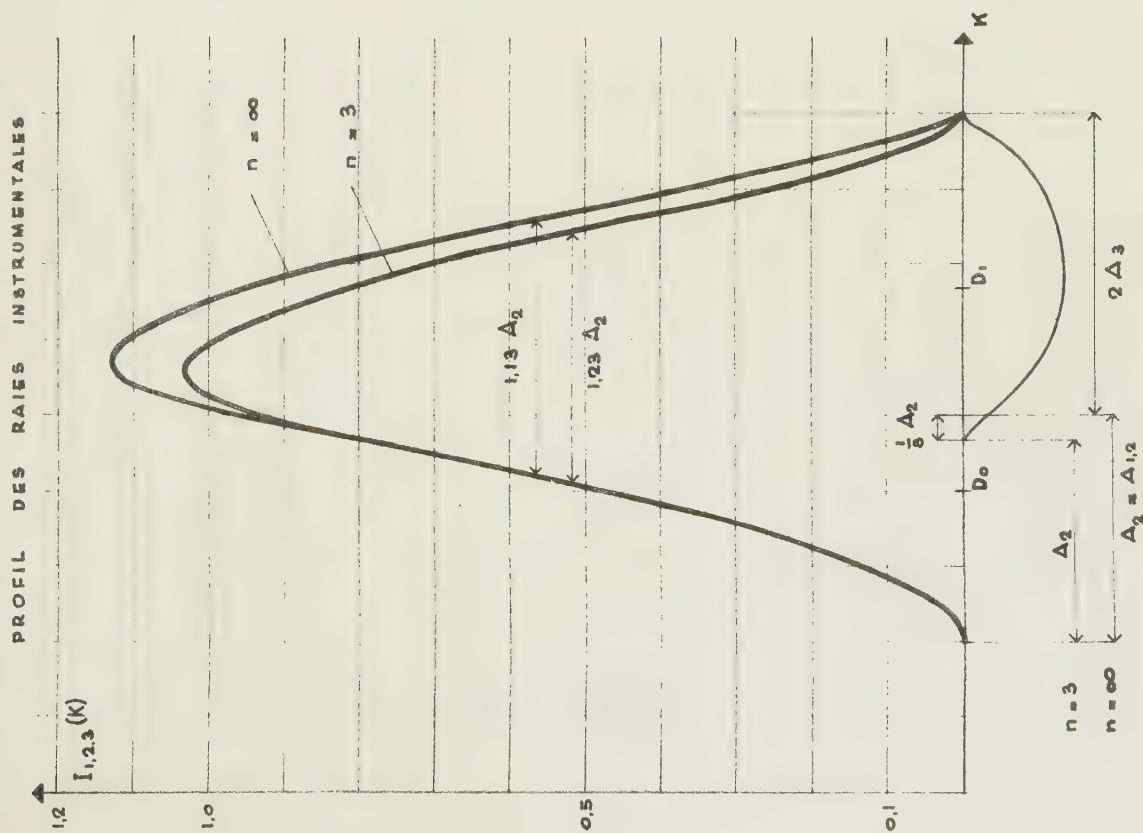


FIG. 12 : CONDITIONS GEOMETRIQUES OPTIMUM DES DIAPHRAGMES.

$$\frac{1}{a^2} \left(\frac{a-1}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \sim I_{1,2,3}$$

FIG. 14 : INTENSITE $I_{1,2,3}$
EN FONCTION DE p
CONDITION OPTIMUM $p = \frac{4}{3}$

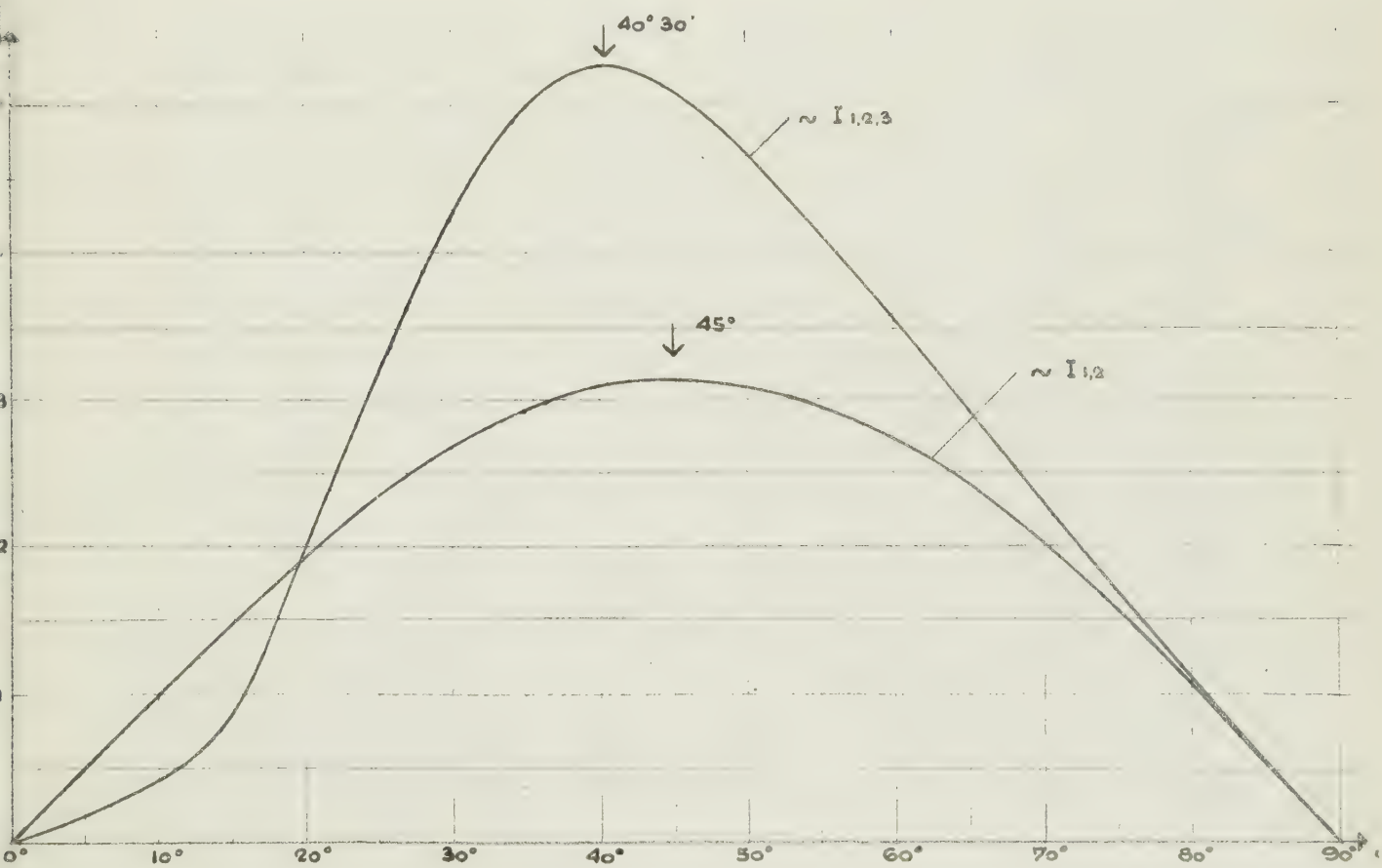
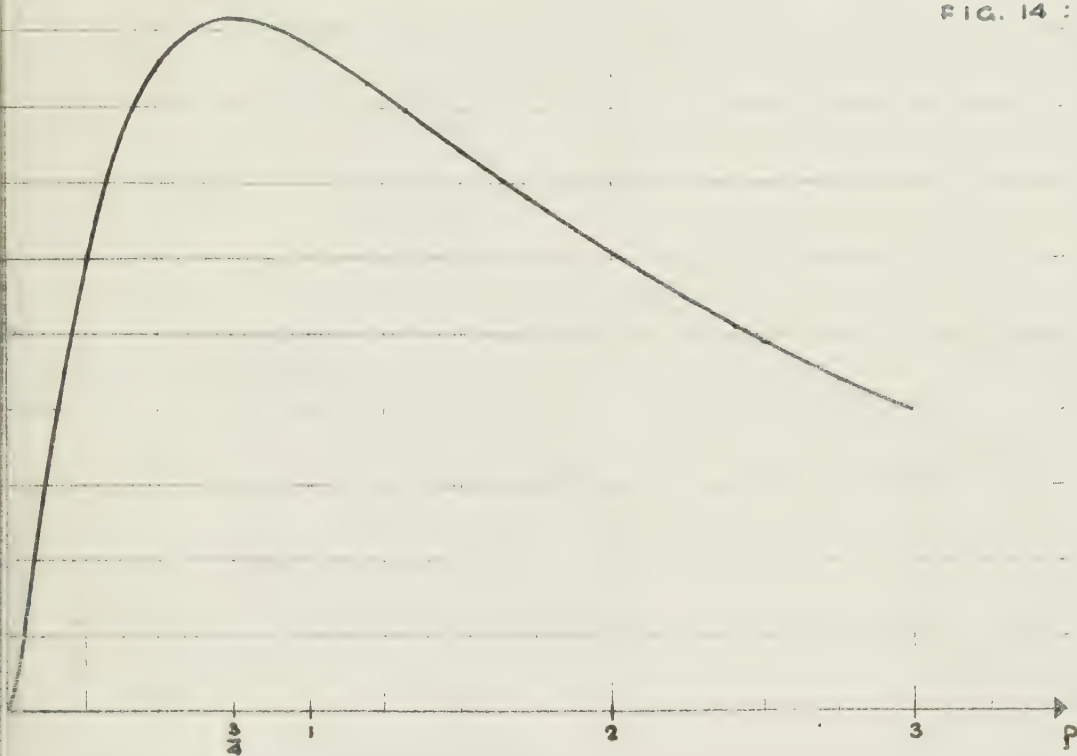


FIG. 15 : INTENSITE $I_{1,2}$ ET $I_{1,2,3}$ EN FONCTION DE α

Réalisation d'un spectromètre β
avec les conditions géométriques optimum

Dans le précédent chapitre, nous avons pu déduire des expressions analytiques pour les formes de raies instrumentales. Pour les comparer avec les raies expérimentales, il est nécessaire :

1. que les trajectoires des électrons soient dans un champ magnétique de grande homogénéité;
2. que le système optique source-diaphragme soit parfaitement centré.

Pour la réalisation d'un spectromètre β , on a essayé de réaliser au mieux ces conditions.

1. Champ magnétique.

A partir d'un solénoïde, on peut obtenir un champ magnétique uniforme dans un grand volume en disposant aux extrémités des bobines correctrices dont le champ magnétique s'ajoute au champ principal du solénoïde. Pour homogénéiser un champ magnétique, on pourrait aussi disposer un petit solénoïde extérieur avec un champ opposé au champ principal. Dans le cas qui nous intéresse, cette solution est très désavantageuse, elle conduit à soustraire environ 20 % du champ principal. A part l'ellipsoïde type DuMond²⁾ qui donne en théorie un champ magnétique homogène de symétrie axiale, une bonne solution serait d'utiliser les deux méthodes de champ additif et soustractif. Pour des raisons de simplicité, on a adopté la méthode des bobines correctrices aux extrémités du solénoïde et nous avons calculé les dimensions du solénoïde et des bobines correctrices pour obtenir un champ, dans tout le domaine des trajectoires, homogène à $< 1 \text{ } \text{‰}$. Pour un solénoïde mince, de largeur $2b$, de rayon moyen a et d'épaisseur c (figure 16), la composante z du champ magnétique sur l'axe jusqu'au second ordre est :

$$H_z = \frac{2 \pi N I}{10b} \left[\left[\frac{x_2}{(a^2 + x_2^2)^{3/2}} - \frac{x_1}{(a^2 + x_1^2)^{3/2}} \right] + \frac{c^2}{24} \left\{ \frac{x_1}{(a^2 + x_1^2)^{5/2}} (x_1^2 - 2a^2) - \frac{x_2}{(a^2 + x_2^2)^{5/2}} (x_2^2 - 2a^2) \right\} \right] \quad (55)$$

ou x_1 et x_2 sont les coordonnées du point par rapport aux extrémités du solénoïde. Pour un solénoïde de $2b = 100$ cm et $a = 16$ cm le terme en c^2 , pour un point situé à 25 cm du centre, est de l'ordre de 10^{-4} . Dans la suite, on négligera ce terme.

Un champ de symétrie axiale s'exprime par le développement :

$$H_z = H_0 + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right) x^2 + \frac{1}{4!} \left(\frac{\partial^4 H}{\partial x^4} \right) x^4 + \dots \quad (56)$$

et, dans notre cas :

$$H_z^{(sol)} = \frac{4 \pi N I}{10b} \left\{ \frac{b}{(a^2 + b^2)^{1/2}} - \frac{1}{2} \frac{3a^3 b}{(a^2 + b^2)^{5/2}} x^2 + \frac{15}{24} \frac{a^2 b [3a^2 - 4b^2]}{(a^2 + b^2)^{9/2}} x^4 \right\} \quad (57)$$

En suivant la méthode de Bühl et Coeterier¹⁴⁾, si l'on exprime H_z du système de bobines correctrices par un développement par rapport au centre du solénoïde, la composante z du champ total s'exprimera par un développement où les paramètres du système de bobines correctrices seront déterminés de manière à annuler les termes du deuxième et quatrième ordre du développement. On obtient ainsi une homogénéisation du champ magnétique. On peut démontrer que la composante H_r , d'après son développement, sera uniforme au même ordre que H_z .

Si a' est le rayon des bobines correctrices, b' la distance au centre et n le nombre de spires (figure 16), on aura pour la composante z sur l'axe du champ des bobines correctrices si on représente une bobine correctrice par une spire équivalente¹⁵⁾ :

$$H_z^{(bob)} = \frac{4 \pi m i}{10} \left\{ \frac{a'^2}{(a'^2 + b'^2)^{3/2}} - \frac{3}{2} \frac{a'^2(a'^2 - 4b'^2)}{(a'^2 + b'^2)^{5/2}} X^2 + \frac{45}{24} \frac{a'^2[8b'^4 - 12a'^2b'^2 + a'^4]}{(b'^2 + a'^2)^{5/2}} X^4 \right\} \quad (58)$$

On pose les conditions ¹⁴⁾ :

$$\left(\frac{\partial^2 H_z^{(sol)}}{\partial x^2} \right)_0 = - \left(\frac{\partial^2 H_z^{(bob)}}{\partial x^2} \right)_0 \quad (59)$$

et

$$\left(\frac{\partial^4 H_z^{(sol)}}{\partial x^4} \right)_0 = - \left(\frac{\partial^4 H_z^{(bob)}}{\partial x^4} \right)_0 \quad (60)$$

On a trois paramètres a' , b' et n à déterminer avec les deux équations (59) et (60). Si on pose $\varphi = \frac{b'^2}{a'^2}$, on aura :

$$\left(\frac{\partial^4 H_z^{(bob)}}{\partial x^4} \right)_0 = f(\varphi) \quad (61)$$

et l'on considère le domaine où $f(\varphi)$ est le moins sensible à la variation de φ c'est-à-dire $f'(\varphi) = 0$, ce qui nous donne la relation :

$$1,92 a' = b' \quad (62)$$

et si l'on suppose que les courants soient les mêmes dans les deux systèmes :

$$i = I$$

on pourra obtenir les dimensions, les positions et le nombre de spires des bobines correctrices.

Pour les dimensions du solénoïde utilisé

$$a = 13,5 \text{ cm} \qquad 2b = 102,5 \text{ cm} :$$

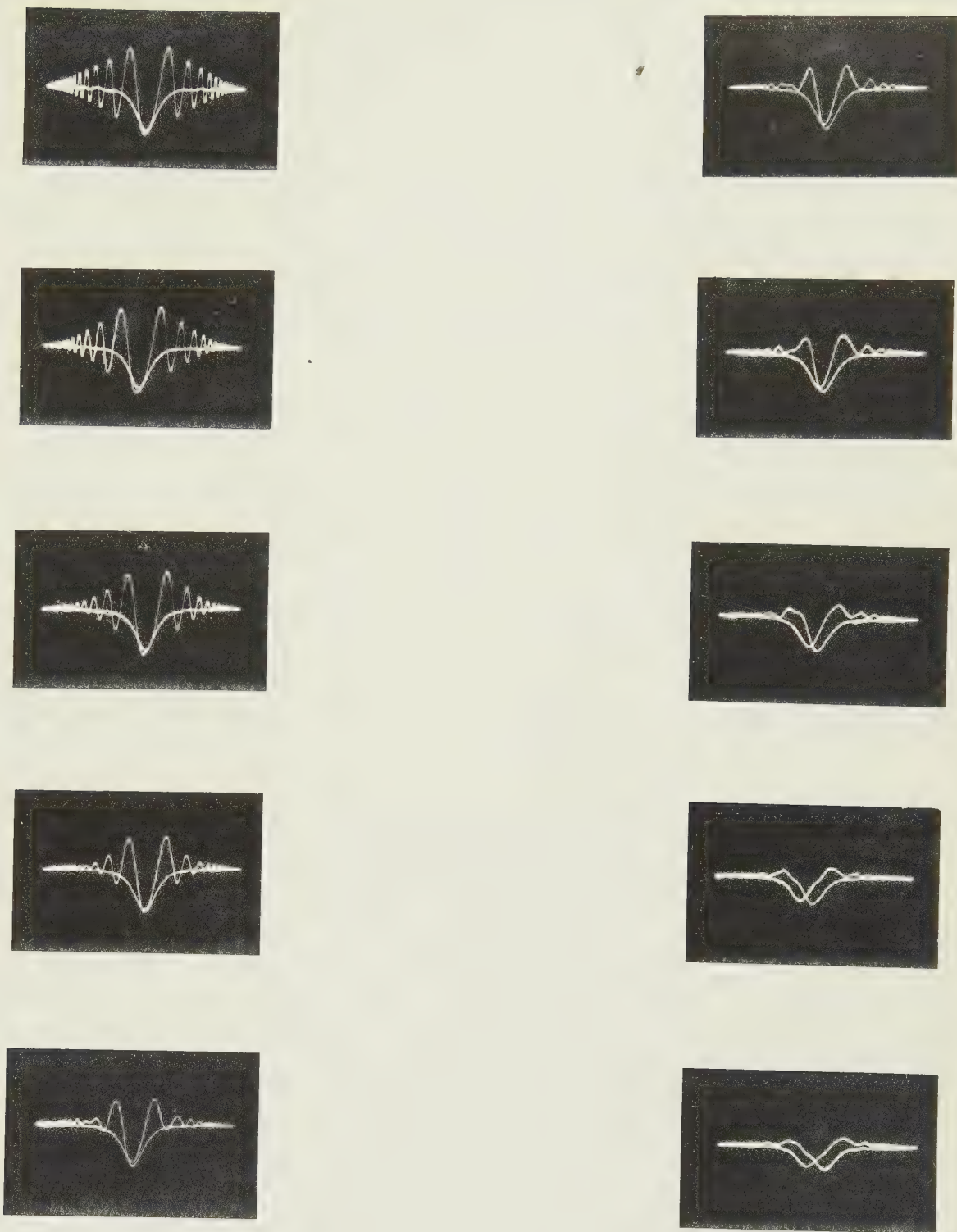
on obtient :

$$\begin{aligned} a' &= 22,65 \text{ cm} \\ b' &= 43,5 \text{ cm} \\ 4,13 \cdot 10^{-2} N &= n \end{aligned} \tag{63}$$

Avec ces valeurs, on peut vérifier que pour un domaine $- 20 \text{ cm} \leq X \leq 20 \text{ cm}$, $\Delta H_z \leq 1 \text{ }^\circ/\text{oo}$. Le solénoïde a été bobiné avec un fil carré de 4 mm de côté en 10 couches de 231 spires. Les bobines correctrices comprennent 10 couches de 10 spires de même fil et sont connectées en série avec le solénoïde. Le courant maximum de 50 A donne un champ magnétique ~ 1350 gauss. Le courant est fourni par des batteries de grande capacité. La mesure du courant se fait avec une résistance étalon, un galvanomètre et une méthode de compensation. Les valeurs relatives de H_z sont obtenues avec une précision de $\sim 10^{-4}$ et la stabilité du champ magnétique à l'équilibre thermique est de l'ordre de quelques 10^{-5} . A l'intérieur du solénoïde et sur les flasques des bobines correctrices, il y a une circulation d'eau.

Mesures de l'homogénéité du champ magnétique. La mesure de $\frac{\Delta H}{H}$ avec un galvanomètre balistique et une bobine exploratrice ne permet pas d'obtenir facilement une précision $\sim \text{‰}$ sans utiliser un système de deux bobines exploratrices en opposition. Dans un solénoïde, ces mesures se sont avérées très délicates et nous avons préféré utiliser une méthode de résonance nucléaire pour mesurer l'inhomogénéité du champ magnétique.

Les effets de relaxation dans les liquides en résonance nucléaire¹⁶⁾, par leur incidence sur la forme des signaux de résonance sont un moyen particulièrement précis et sensible de mesure du gradient du champ magnétique de résonance. Pour effectuer



Mesure du gradient du champ magnétique sur l'axe d'un solénoïde¹⁷⁾.
 Signaux de résonance nucléaire pour différentes positions de la sonde de protons à partir du centre du solénoïde. Le décroissement logarithmique des battements augmente avec l'inhomogénéité et à partir de (5), on voit apparaître les battements de battements de Gabillard pour une inhomogénéité directionnelle du champ magnétique.

cette mesure, on a construit un appareil à résonance nucléaire du type de Bloch. La comparaison des valeurs calculées et des valeurs mesurées de la variation du gradient du champ magnétique sur l'axe du solénoïde du spectromètre, les bobines de correction étant hors circuit, nous a permis d'étudier la précision et la sensibilité de cette méthode¹³⁾.

Si le gradient n'a pas de direction privilégiée, le décrement logarithmique des battements "en passage rapide" sont une mesure de l'effet combiné de la relaxation et de l'inhomogénéité du champ. Sur un signal de résonance de protons, la mesure du décrement logarithmique des battements montre¹³⁾ que l'on peut observer facilement des inhomogénéités moyennes relatives de $\sim 5.10^{-6}$.

Cette technique nous a permis de vérifier l'homogénéité du champ magnétique pour le système solénoïde-bobines correctrices. Dans l'espace des trajectoires, les variations relatives de $\frac{\Delta H}{H} < 5.10^{-4}$.

La composante horizontale du champ magnétique terrestre est compensée par deux systèmes de cadres carrés d'Helmoltz de 184 cm et 140 cm de côtés avec 300 spires et 200 spires. Les deux systèmes d'Helmoltz sont perpendiculaires l'un à l'autre et symétriques par rapport à l'axe du spectromètre. Le courant fourni par une alimentation stabilisée à $\sim 0,1\%$ de 150 V - 250 mA est réglable indépendamment pour les deux systèmes, afin de compenser exactement la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Le cylindre intérieur au solénoïde qui contient les parties mécaniques du spectromètre est maintenu à une pression 5.10^{-5} mm Hg par une pompe secondaire à diffusion d'huile de 150 l/sec. de débit. Le diamètre intérieur de l'usinage de ce cylindre en Alpax fondu a été prématurément et sans notre collaboration réalisé à 20 cm. Cette dimension exigüe a conditionné les autres grandeurs mécaniques et magnétiques du spectromètre. En particulier, l'angle d'émission α n'a pu être choisi à sa valeur optimum et, comme on le verra, le diamètre des sources devient ridiculement petit si l'on veut travailler avec les performances maximum de ce type de spectromètre.

2. Système source-diaphragme.

Les dispositions mécaniques générales du spectromètre sont représentées sur la figure 14. Le diamètre du cylindre nous a contraints à choisir :

$$\alpha = 32^\circ \quad d_1 = 7,57 \text{ cm} \quad D_1 = 14,3 \text{ cm} \quad (64)$$

En fonction de ces paramètres, on a calculé les coordonnées (r_i, z_i) de chaque diaphragme pour les conditions géométriques optimum avec $n = 3$ (figure 5c avec le calcul graphique de Koh⁴⁾. En particulier, le rayon r_i et la position z_i du diaphragme intérieur détermine complètement l'angle solide et le pouvoir séparateur et les trois diaphragmes extérieurs enveloppent la caustique. Avec cette disposition, il n'est plus nécessaire de satisfaire à la condition de Frankel⁵⁾ pour conserver les conditions optimum de focalisation aux différentes coordonnées (r_i, z_i) du diaphragme intérieur. Si l'on déplace sur l'axe le diaphragme parallèlement à lui-même, on fait varier la luminosité et le pouvoir séparateur en conservant les conditions optimum de ces deux fonctions.

Cette propriété pour le déplacement du diaphragme intérieur nous a conduit à choisir comme paramètres fondamentaux du spectromètre α_1 , d_1 et D_1 , puisqu'ils possèdent toujours une valeur fixe par rapport à la source.

Dans le plan (s, c) , au voisinage de α_1 , on détermine les angles α_2 et α_3 qui fixent le point où ces diaphragmes doivent être tangents au cercle D_1 qui représente la caustique. Avec (5') et (6), les coordonnées des trois diaphragmes extérieurs sur la caustique seront :

$$\begin{aligned} r_i &= D_1 \sin \alpha_i \sin \theta_i \\ z_i &= \theta_i D_1 \cos \alpha_i \end{aligned} \quad i = 1, 2, 3 \quad (65)$$

Sur la figure 13, on a représenté le cercle D_1 et les trois diaphragmes extérieurs tangents à D_1 . Le diaphragme intérieur est représenté par plusieurs courbes en fonction de z_i pour r_i constant.

On vérifie ainsi que, pour un déplacement Δr_i de ce diaphragme avec z_i constant, les courbes qui le représentent dans le plan (s, c) se déplacent parallèlement à elles-mêmes. Pour les angles solides Ω de 1 à 5%, les trois diaphragmes extérieurs satisfont toujours les conditions géométriques optimum de focalisation. Des points d'intersection des courbes représentant le diaphragme intérieur avec le cercle D_1 , on déduit l'angle $\Delta\alpha$ et de la distance entre les deux tangentes à D_0 et D_1 parallèles, on obtient ΔD_1 . La fonction $\Delta\alpha = f(\Delta D)$ est représentée sur la figure (4) et comparée avec l'approximation de la parabole. Cette propriété sera d'autant plus valable pour un nombre de diaphragmes $n > 3$. Indépendamment de l'amélioration du pouvoir séparateur et de la luminosité, l'avantage essentiel de ce système est qu'il n'utilise qu'un seul diaphragme mobile, tandis que, pour les spectromètres classiques, il faut ajuster les diaphragmes d'ouverture et de focalisation pour faire varier la luminosité et le pouvoir séparateur en conservant les conditions optimum. La réalisation mécanique se trouve aussi simplifiée et améliorée. Dans notre spectromètre, les trois diaphragmes extérieurs sont tournés dans le même bloc de Dural et le diaphragme intérieur se visse à l'intérieur de ce bloc. On est ainsi assuré d'un centrage et d'un parallélisme parfaits de tous les diaphragmes. De plus, une seule commande externe permet de modifier le pouvoir séparateur et la luminosité en vissant ou en dévissant le diaphragme intérieur. La vis micrométrique du système de diaphragmes et un compte-tours permettent de repérer à 0,01 mm la position du diaphragme intérieur par rapport aux diaphragmes extérieurs. Le plan du bloc des diaphragmes s'ajuste facilement avec grande précision pour être perpendiculaire à l'axe du spectromètre et le seul problème à résoudre est le centrage et la position de la source sur l'axe du système optique défini par les

diaphragmes. Une vis micrométrique sur la partie extérieure à la chambre à vide du tube porte-source permet d'ajuster et de contrôler la position en profondeur de la source par rapport au bloc contenant les diaphragmes. La vérification du centrage de la source se fait avec une précision de quelque 0,01 mm. sur un banc d'optique avant de l'introduire dans le spectromètre. Un système de deux petits cylindres excentrés qui tournent à l'intérieur de l'extrémité du tube sur des axes différents, supporte la source et permet d'obtenir la position correspondant à l'axe du spectromètre. Le tube porte-source et la flasque supérieure qui le guide à l'intérieur ont été réalisés mécaniquement avec grande précision. Pour étudier et vérifier le centrage de la source sur l'axe optique, nous avons disposé entre les diaphragmes et le détecteur, un diaphragme cylindrique mobile en profondeur pour interrompre dans une position extrême les trajectoires des électrons avant d'arriver dans le détecteur. Ce diaphragme tourne sur lui-même et est percé d'un trou qui laisse pénétrer dans le compteur les électrons d'un méridien déterminé. Pour différents méridiens, on mesure les raies d'électrons qui doivent se situer à la même valeur du champ magnétique et avoir la même intensité pour une source exactement centrée et un champ magnétique uniforme de symétrie parfaitement axiale. Par cette méthode, nous avons aussi vérifié la compensation du champ magnétique terrestre. Ce diaphragme cylindrique se manoeuvre de l'extérieur; avant une mesure, on peut rapidement vérifier le centrage de la source et on retire le diaphragme qui vient alors entourer le compteur. (Pour les détails de réalisation mécanique, voir les figures 18 I, II et III).

Sur la figure 18', on voit les différentes raies correspondant aux différents méridiens du spectromètre. La dissymétrie des positions des raies laisse encore apparaître des aberrations de quelque 10^{-4} . On doit parvenir à les corriger entièrement. A l'intérieur du cylindre, une série de surfaces crénelées évite la diffusion des électrons parasites et un cylindre central de plomb absorbe les rayonnements γ . La disposition verticale du

spectromètre permet de suspendre par des fils très fins ces éléments secondaires, ce qui permet d'avoir presque aucune matière sur les trajectoires des électrons.

Sur la figure 19 est représenté $\frac{\Delta D_1}{D_1} = f(\Omega)$ et le rayon de la source $R = f(\Omega)$ pour le spectromètre que nous avons réalisé. La troisième courbe indique la coordonnée de profondeur du diaphragme intérieur en fonction de : $z_1 = f(\Omega)$.

Les électrons sont détectés par un compteur en bout de Geiger-Müller muni d'une feuille mince de mica. Le remplissage du compteur avec un mélange He, alcool et trace d'argon s'effectue d'une manière différentielle pour éviter la rupture des feuilles minces. Dans nos premiers essais, nous n'avons pas cherché à utiliser des feuilles très minces pour les basses énergies, elles avaient de 1 à 2 mg/cm². Entre 5 et 10 cm Hg de pression du mélange, les paliers du compteur sont de 200 à 300 V. Le bruit de fond du compteur n'excède pas 20 à 25 c/min sans source. Avec les sources les plus intenses que nous ayons utilisées, sans champ magnétique, le bruit de fond n'excède pas 30 à 40 c/min.

Nous avons mesuré le spectre du dépôt actif du Th avec des sources préparées par dépôt électrique sur des feuilles minces d'aluminium. Les sources étaient activées dans une boîte en matière plastique percée d'un trou centré aux dimensions désirées de la source. L'état de surface de la source était contrôlé avant chaque mesure avec une loupe binoculaire de grossissement 100. Le spectre du dépôt actif du Th entre 1750 Hp et 1850 Hp (figure 20) a été mesuré avec une source de $\varnothing = 0,8$ mm et un angle solide de $\Omega = 0,017$. Expérimentalement, on trouve $\frac{\Delta D_1}{D_1} = 0,25\%$, ce qui correspond bien à la valeur théorique. Pour la raie I, du ThB la hauteur de la raie par rapport au fond continu du spectre (sans déduction du bruit de fond du compteur) est de 11 à 12, résultat qui se compare favorablement avec ceux de DuMond⁷⁾ et Schmidt¹⁸⁾ pour les mêmes types de spectromètres et est du même ordre de grandeur que celui de Siegbahn¹⁹⁾. Pour la raie F, on obtient des rapports de 60 à 70.

Sur le spectre, la raie Ga du ThC qui est 500 fois moins intense que la raie F et 50 fois moins intense que la raie I apparaît bien et il est encore possible de faire une mesure d'intensité sur cette raie. L'écart d'énergie des raies J et Ja est de 0,7% et sont très bien séparées dans notre mesure.

Sur la figure 21 est représentée la raie F du ThB avec une source de $\varnothing = 0,6$ mm et différents angles solides. Pour $\Omega = 0,018$, on a $\frac{\Delta D_1}{D_1} = 0,24\%$. Avec des sources de $\varnothing = 1,5$ mm et $\Omega = 0,03$ les résultats expérimentaux nous ont donné $\frac{\Delta D_1}{D_1} = 0,7\%$. La figure 22 représente la comparaison d'une raie expérimentale et d'une raie calculée avec les formules (27) pour $n = 3$.

L'ouverture angulaire et le pouvoir séparateur de ce type de spectromètre avec les conditions géométriques optimum le classent comme un des meilleurs appareils de spectrométrie β . Les angles solides grands (4 à 5%) que l'on a pour des pouvoirs séparateurs de 1% permettent de l'utiliser pour des mesures en coïncidence.^{20) 21)}

Avec des rayons d_0 du spectromètre suffisamment grands pour conserver des dimensions de source raisonnable, on peut espérer utiliser cet appareil pour des pouvoirs séparateurs $\frac{\Delta D}{D_0} \geq 5 \cdot 10^{-4}$ et des angles solides $\Omega \sim 1\%$.

Mesures des coefficients de conversion.

Depuis les calculs de Rose et al.³³⁾, il est important de mesurer avec grande précision les coefficients de conversion interne pour interpréter sans ambiguïté les multipolarités des rayonnements électromagnétiques de désexcitation des noyaux.

Sliv³⁴⁾ a montré l'influence de la dimension finie du noyau dans le calcul de ces coefficients. Pour les noyaux lourds, les facteurs de correction calculés par Sliv et al.³⁴⁾ deviennent très importants et pour quelques transitions M(1)^{35) 36)} la diminution du coefficient de conversion a été interprétée par cet effet.

Pour interpréter avec certitude les résultats expérimentaux, la mesure absolue des coefficients α_K et $\alpha_{LI, LII, LIII}$, qui permet de déterminer les facteurs correctifs est indispensable, de même que pour vérifier les calculs théoriques.

D'après les équations (48) (49) et (49'), on peut déduire l'intensité absolue d'un rayonnement par la mesure de la surface d'une raie. La précision de cette mesure est celle de la détermination de l'ouverture A_2 et de l'angle solide effectif ω_{eff} . Avec le calcul graphique représenté sur la figure (18), ces paramètres sont bien définis à condition que la réalisation mécanique des diaphragmes correspondent bien aux coordonnées introduites dans le calcul.

Pour calculer le coefficient de conversion d'un rayonnement, en plus de l'intensité absolue des électrons, il faut connaître le nombre total d'états excités. Les émetteurs α avec la précision des mesures de structure fine α présentent à cet égard un intérêt particulier.

Nous avons effectué une mesure de α_K pour le niveau de 350 Kev de AcC'' . L'intensité de la source est déterminée par la mesure des rayonnements α dans un canaliseur construit par W. Sebaoun pour la détermination absolue du Curie³⁷⁾. Cet appareil a été légèrement modifié pour pouvoir utiliser les mêmes sources dans cet étalonnage et la mesure des électrons de conversion dans le spectromètre. Les particules α sont détectées dans le vide avec un cristal de INa. La largeur des raies de $\sim 5\%$ permet de bien séparer les rayonnements α du ThC, du ThC' et de même des spectres β . L'angle solide du canaliseur est connu à $< 1\%$. Les sources sont préparées par dépôt électrique de l'actinon sur une feuille mince d'aluminium au préalable introduite dans une boîte percée d'un trou de la dimension de la source $\varnothing = 0,8$ mm. L'angle solide du spectromètre est fixé à 2% et la mesure de la surface des raies se fait sur les profils normalisés.

La figure 23 représente les raies des électrons K et L du niveau de 350 Kev de AcC'' . Avec le pouvoir séparateur avec lequel nous avons travaillé il n'a pas été possible de séparer la raie des électrons L de cette transition de la raie des électrons K du niveau de 425 Kev de AcC .

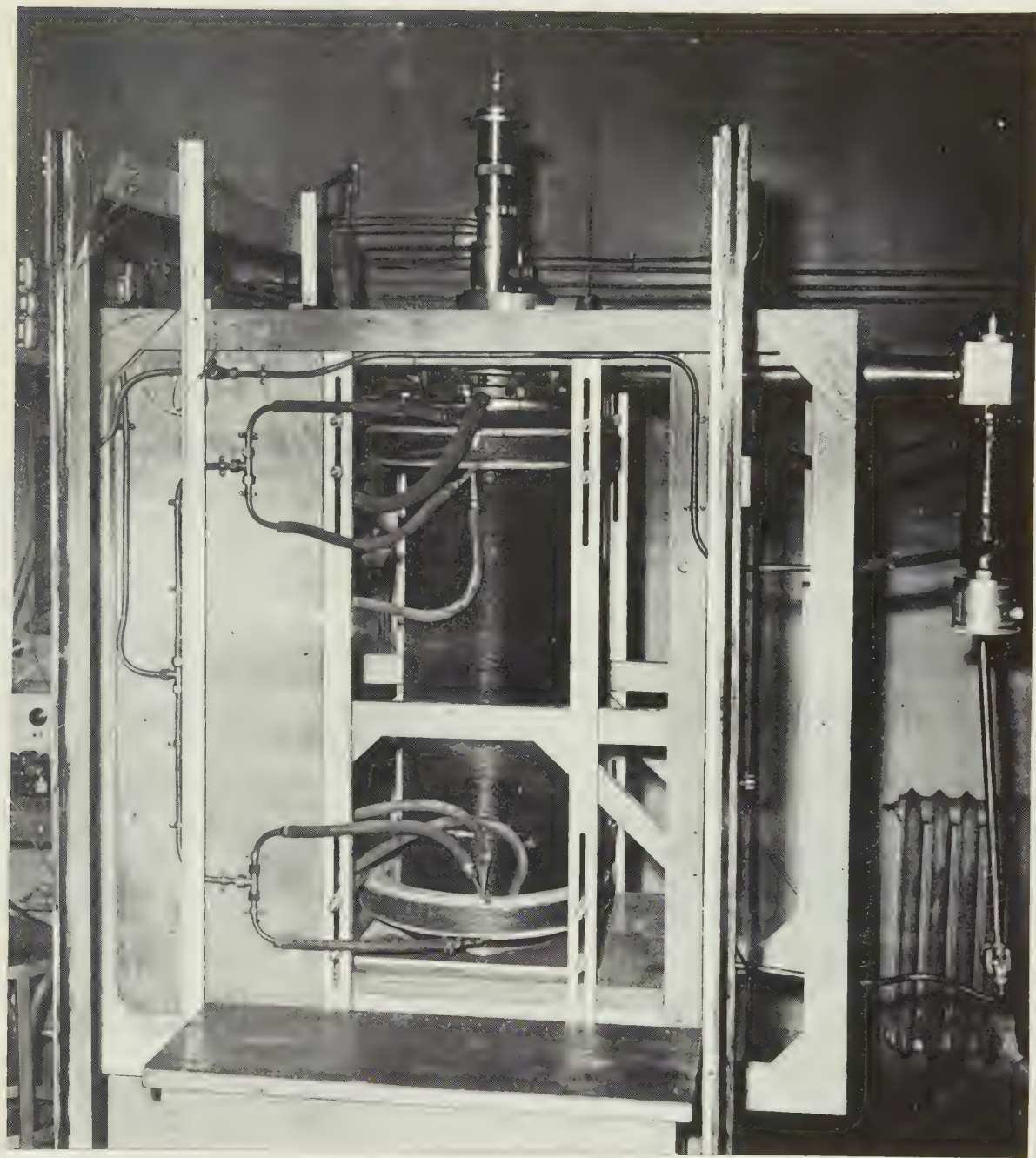
L'élargissement de la raie montre bien la superposition des deux rayonnements et leur séparation pourra s'effectuer par la mesure des coïncidences $\alpha - e^-$ dans le spectromètre ou avec un pouvoir séparateur de 1%. Pour une détermination approchée de l'intensité des électrons L, nous admettrons la valeur des intensités relatives de ces deux raies mesurées par Surugne³⁸⁾. Avec les mêmes sources, la mesure de l'intensité des électrons de conversion et des particules α en tenant compte de l'intensité de la structure fine α ³⁹⁾ donne :

$$\alpha_K = 0,15 \quad \alpha_L = 0,028 \quad \frac{\alpha_K}{\alpha_L} = 5,4$$

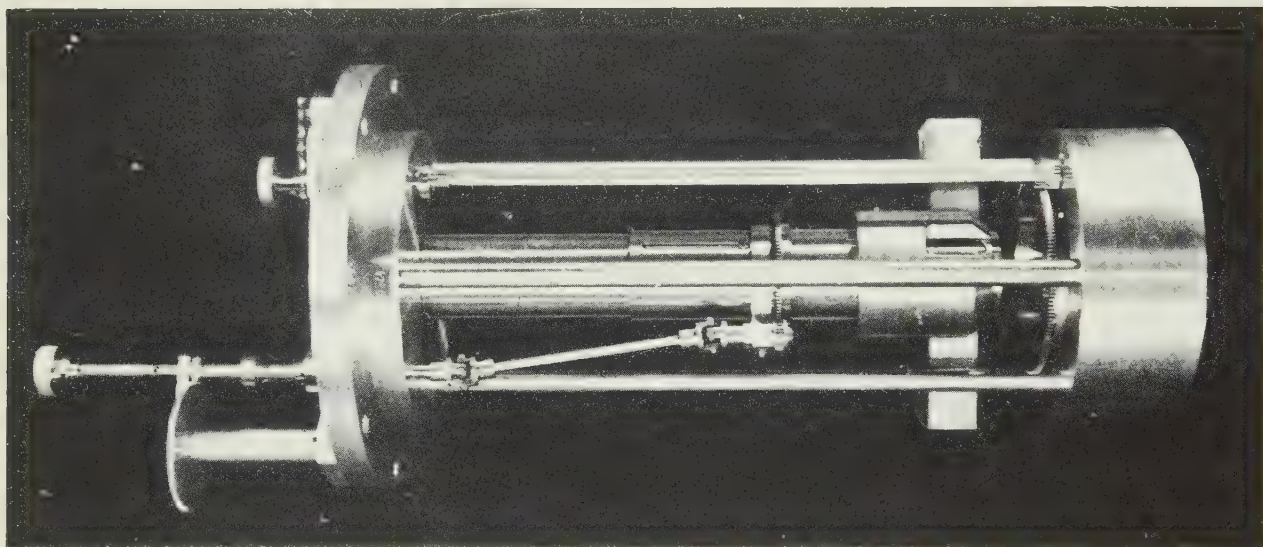
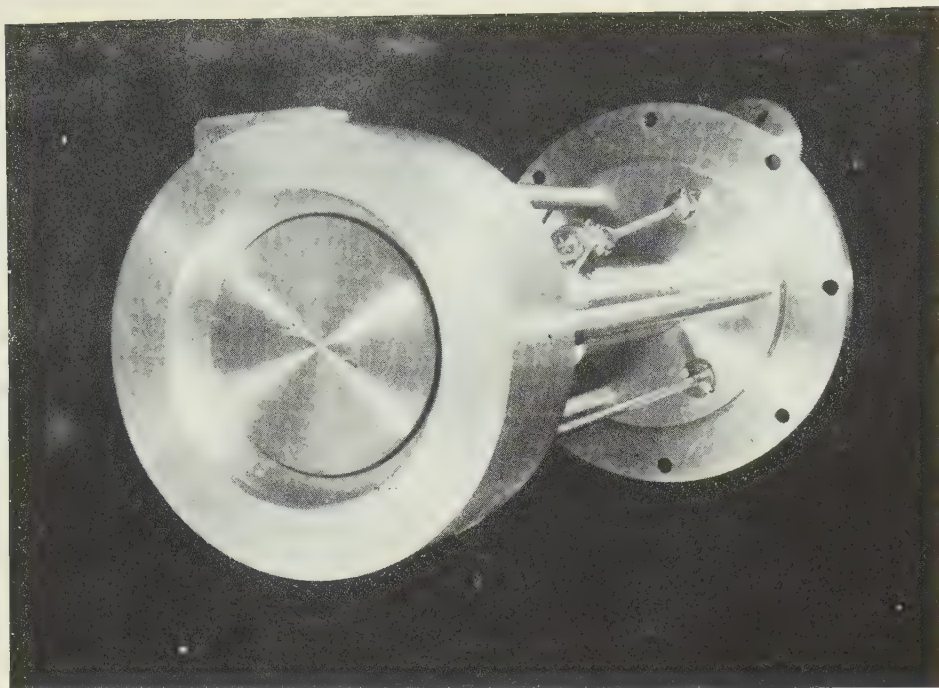
Ces valeurs sont à comparer avec celles de la mesure en coïncidence $\alpha - e^-$ de Falk-Vairant, Teillac et Victor⁴⁰⁾.

Avec la même technique, nous avons mesuré le nombre d'électrons K du niveau de 238 KeV (raie F) émis dans la désintégration $\text{ThB} \rightarrow \text{ThC}$. La figure (22) représente la raie F expérimentale et calculée. Nous avons obtenu 0,23; cette valeur est inférieure aux déterminations de Flammersfeld⁴¹⁾ : 0,284 et de Martin et Richardson⁴²⁾ : 0,313 mesurées par le rapport de l'intensité des spectres β et de la raie F.

L'écart entre ces résultats obtenus par des méthodes différentes exige que nous procédions à une mesure de recoupement par la détermination relative des intensités totales des spectres β et des électrons de conversion, et, s'il y a lieu, que nous calibrions les dimensions mécaniques de notre spectromètre. Une évaluation très précise des erreurs expérimentales est en effet indispensable pour procéder par cette méthode à une comparaison valable de nos résultats aux calculs de E. Rose et L.A. Sliv pour les transitions électromagnétiques dans les noyaux lourds. Sans prendre ces précautions pour la mesure des coefficients de conversion, aucune conclusion sérieuse ne pourrait être proposée sur les intensités des différents rayonnements d'une transition nucléaire.

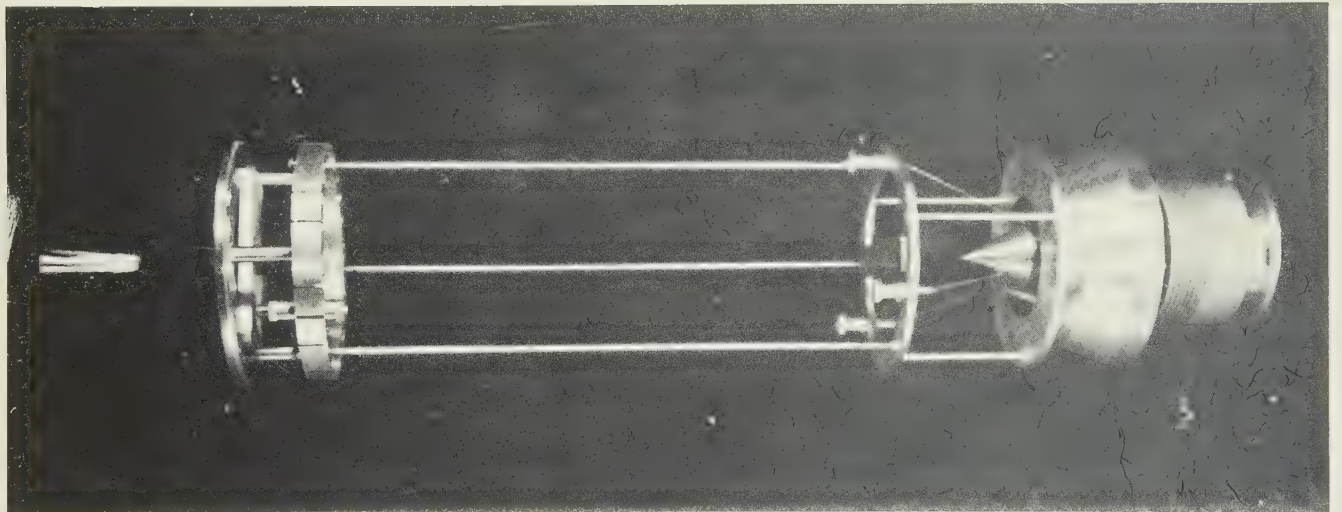
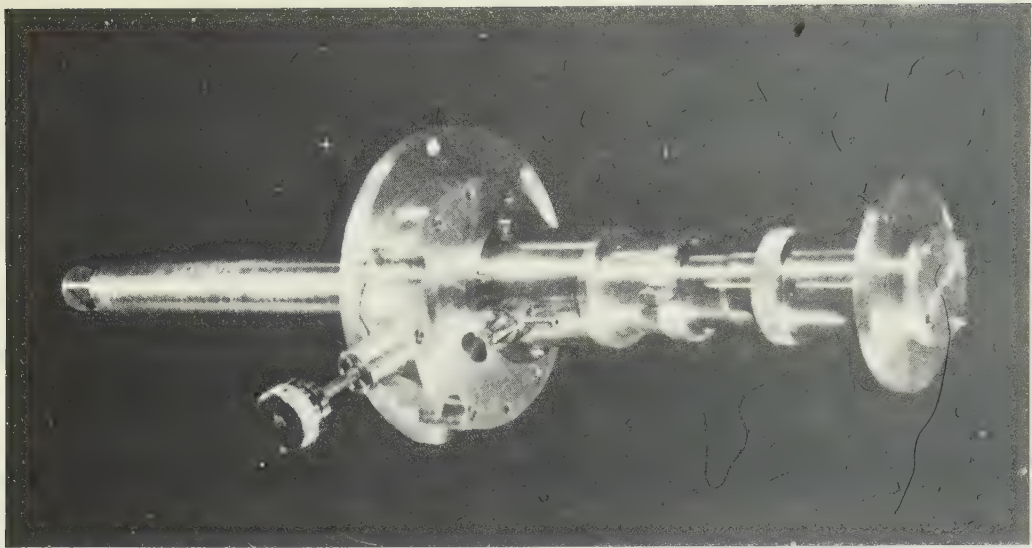


Vue générale du spectromètre β



Flasque inférieure du spectromètre avec le système de diaphragmes :

- a) au premier plan, le bloc cylindrique de dural avec les 3 diaphragmes extérieurs et le diaphragme intérieur qui se visse à l'intérieur de ce bloc.
- b) vue de profil où apparaissent les commandes mécaniques des diaphragmes et le diaphragme cylindrique qui peut intercepter les trajectoires suivant différents méridiens du spectromètre.



- a) Flasque supérieure du spectromètre avec le tube porte-source.
- b) Partie centrale du spectromètre avec le cylindre de plomb et les surfaces anti-diffusantes.

S POSITION G E N E R A L E

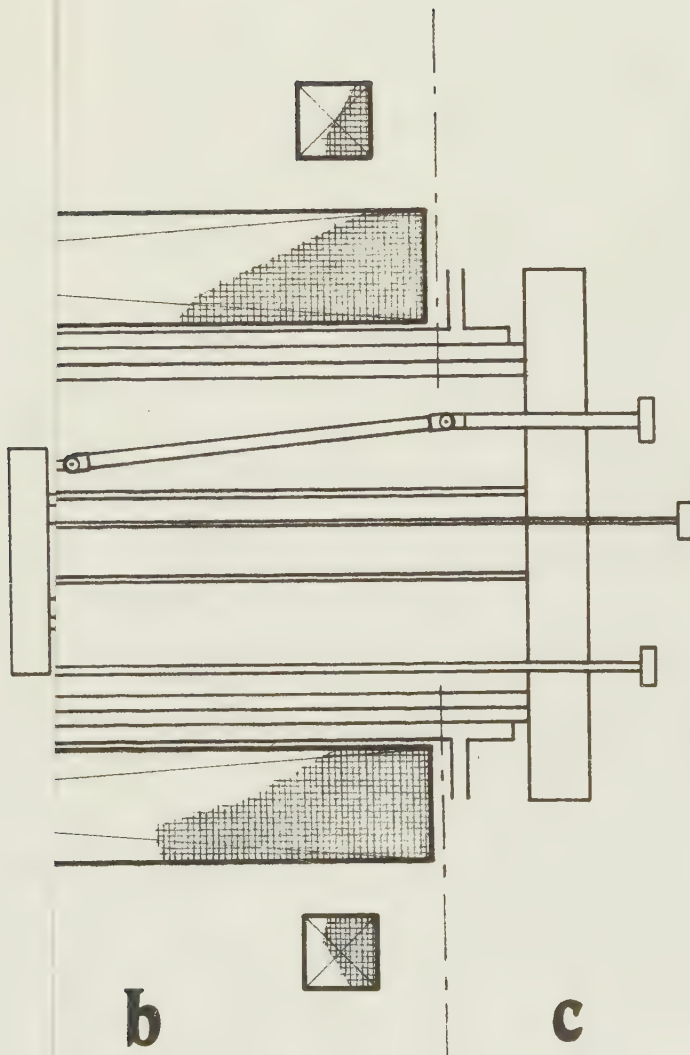
S P E C T R O M E T R E β

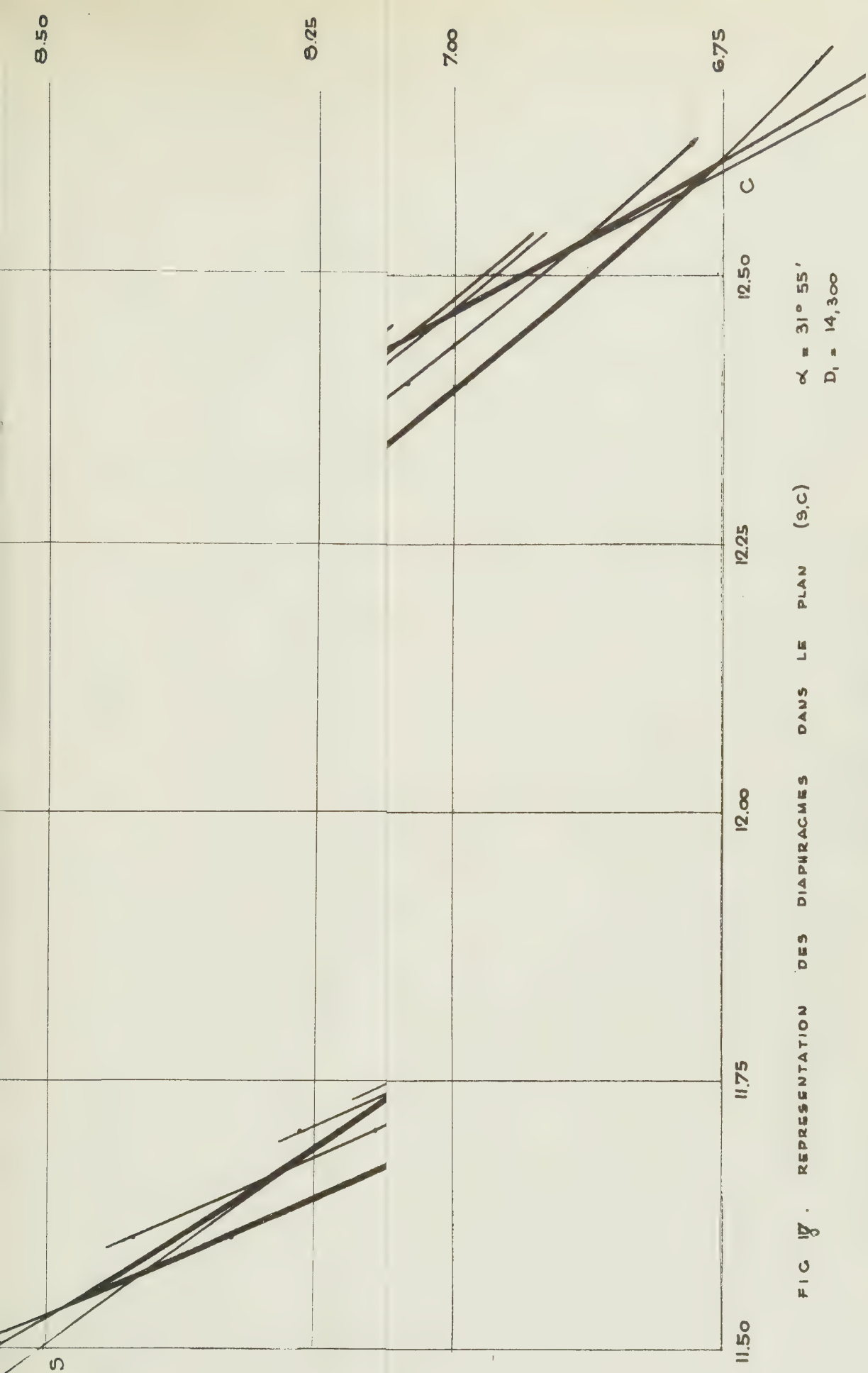
D E T A I L

D E T A I L

D E T A I L

a
b
c





$\alpha = 31^{\circ} 55'$
 $D_1 = 14,300$

FIG 17. REPRESENTATION DES DIAPHRAGMES DANS LE PLAN (S,C)

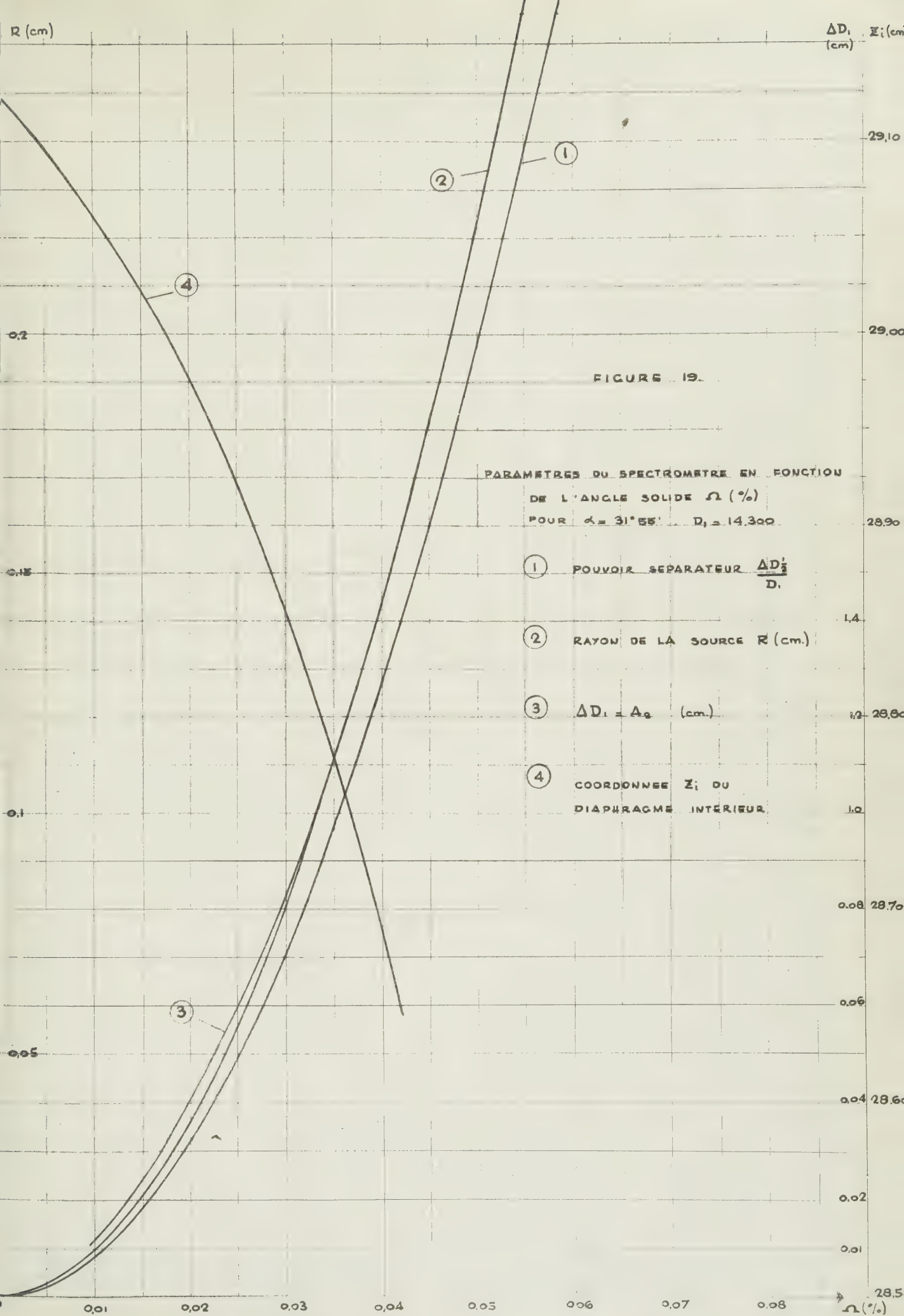
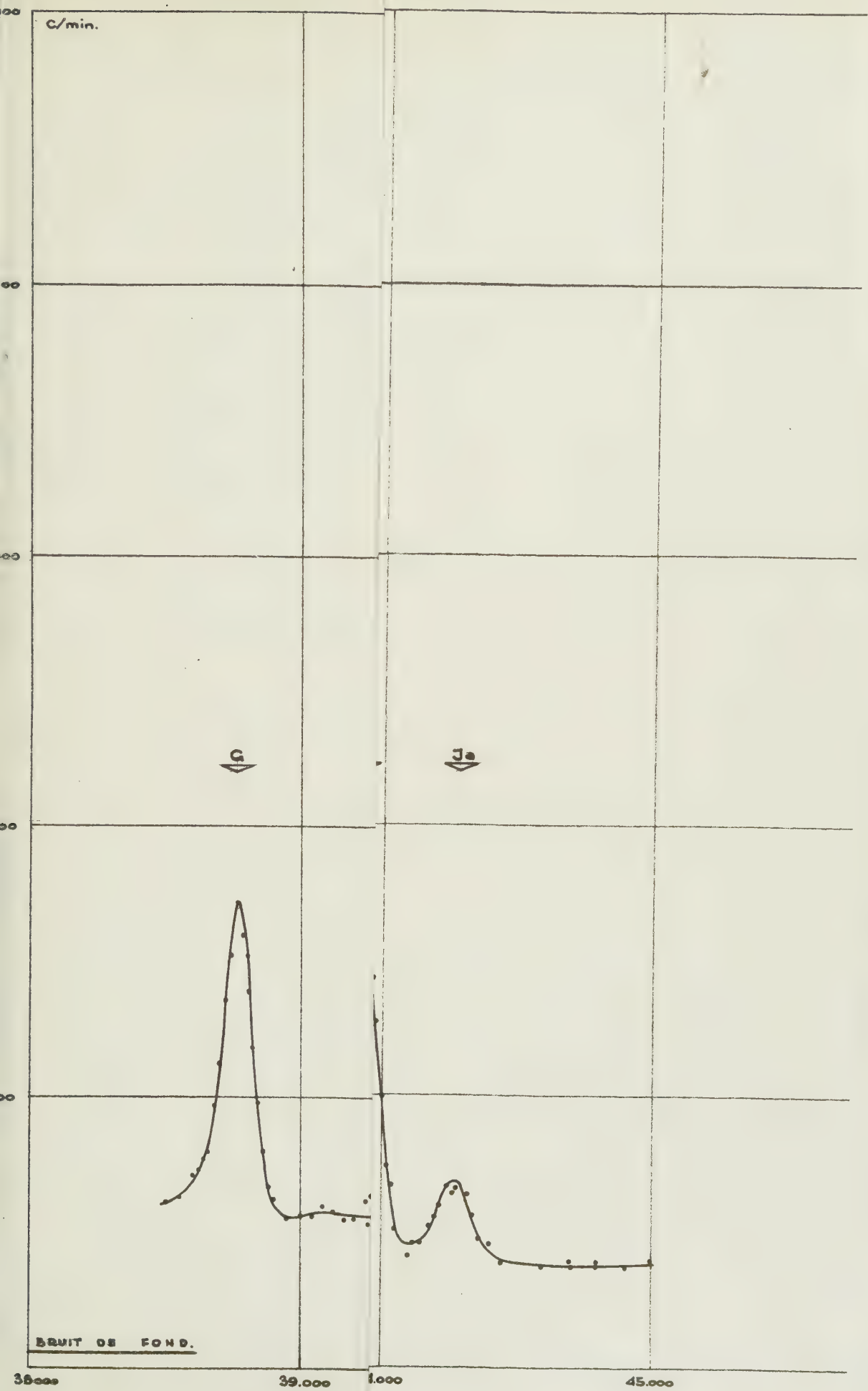


FIG. 10 SPEC séparateur $\frac{\Delta D_i^1}{D_i} = 0.24\%$ -angle solide $\Omega = 1.7\%$

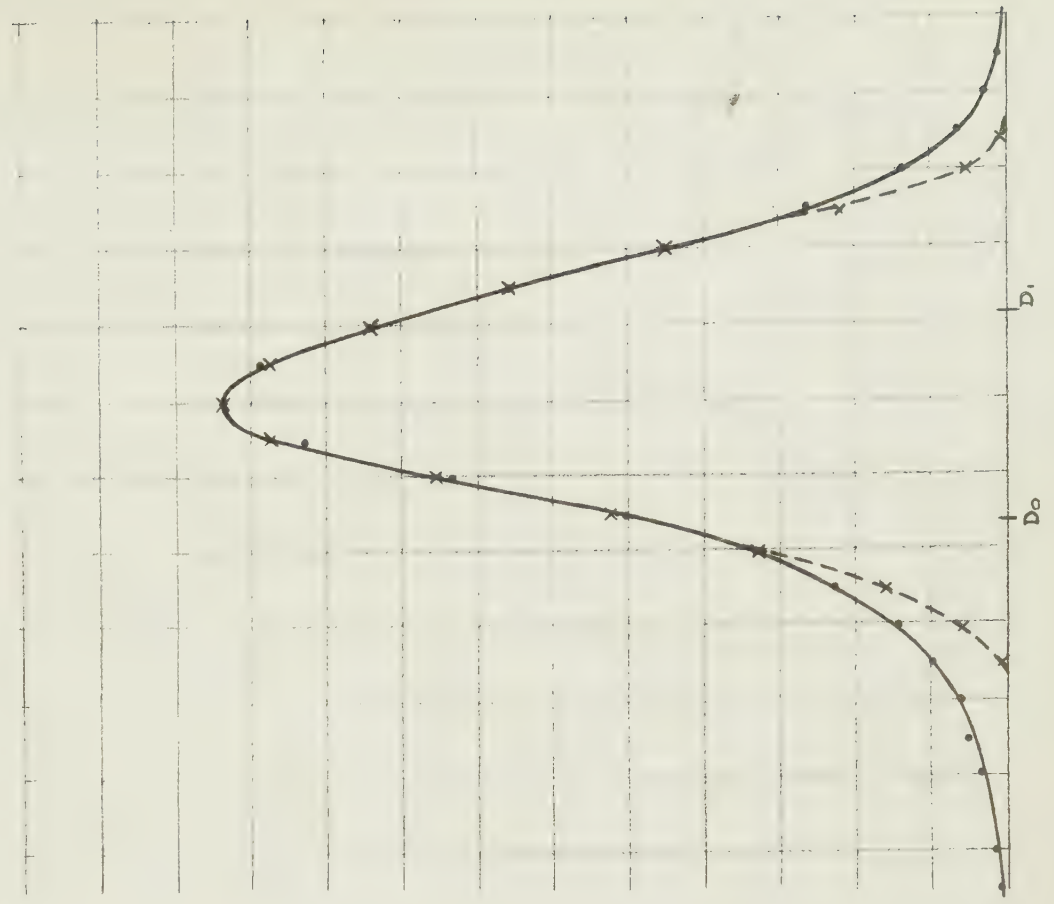
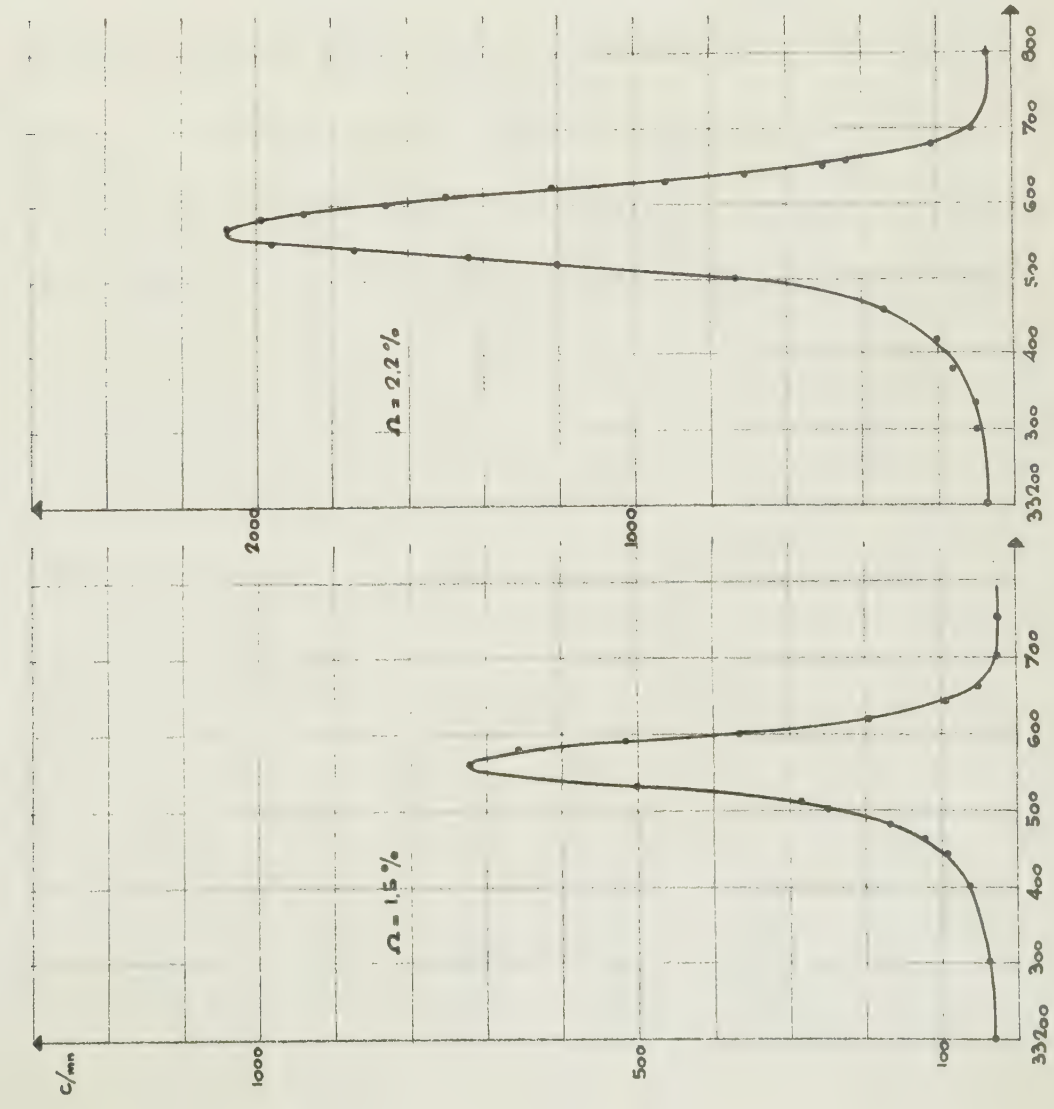


RAIE F DU THB POUR 2 OUVERTURES DIFFERENTES.

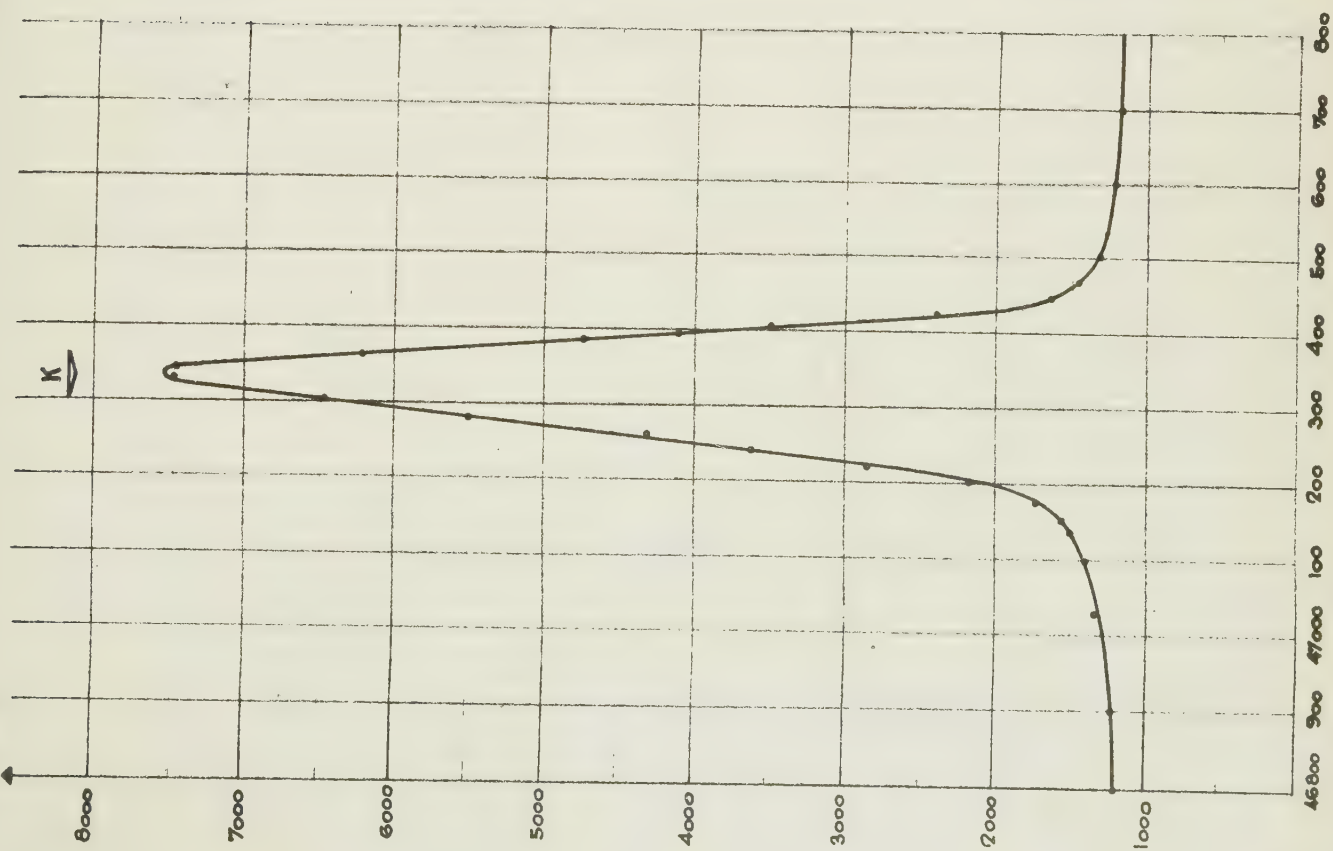
RAIE EXPERIMENTALE

X RAIE CALCULEE POUR LES MEMES

CONDITIONS ET $n = 3$



C/305.



COURBES DE RESOLUTION DES SYSTEMES DE COINCIDENCE

UTILISANT DES DETECTEURS A SCINTILLATION

Courbes de résolution des systèmes de coïncidence

utilisant des détecteurs à scintillation

Considérons deux détecteurs à scintillation reliés à un circuit de coïncidence dans lequel on peut introduire des retards. Les deux détecteurs reçoivent simultanément ou non (vie moyenne des niveaux excités, temps de vol, etc.) un rayonnement d'énergie déterminée ou ce qui revient à admettre que le nombre de photoélectrons libérés à la cathode du photomultiplicateur est le même pour chaque particule pénétrant dans le scintillateur. Cette situation expérimentale est particulièrement bien réalisée dans les systèmes de coïncidence du type "lent-rapide" où l'on a une double sélection des impulsions dans le temps et l'énergie.

Les probabilités différentielles d'apparition du premier photoélectron dans les deux détecteurs sont :

$$\begin{aligned} \text{Voie I} : & \sim \frac{1}{\tau_a} e^{-\frac{t_1 - t_{n_1}}{\tau_a}} \quad \text{où } 0 \leq t_{n_1} \leq \infty, \quad t_{n_1} \leq t_1 \leq \infty \\ & (66) \\ \text{Voie II} : & \sim \frac{1}{\tau_b} e^{-\frac{t_2 - t_{n_2}}{\tau_b}} \quad \text{où } 0 < t_{n_2} \leq \infty, \quad t_{n_2} \leq t_2 \leq \infty \end{aligned}$$

où τ_a et τ_b sont les vies moyennes d'apparition du premier photoélectron données par la formule de Post et Schiff²²⁾

$$\tau_a \cong \frac{\tau}{R} \left\{ 1 + \frac{1}{R} \right\} \quad \begin{array}{l} \tau = \text{vie moyenne (scintillation)} \\ R = \text{nombre total de} \\ \quad \text{photoélectrons} \end{array} \quad (67)$$

où t_{n_1} et t_{n_2} sont les retards dans la voie I et la voie II avec $t_{n_1} > t_{n_2}$.

Si la probabilité d'émission du rayonnement de la voie II est $\sim e^{-\frac{t}{\tau_x}}$ où τ_x est la vie moyenne du niveau excité, la probabilité différentielle d'apparition du premier photoélectron de la voie II devient :

$$\sim \frac{1}{\tau_b \tau_x} \int_0^{t_2} e^{-\frac{t'}{\tau_x}} \cdot e^{-\frac{t_2-t'}{\tau_b}} dt' = \frac{1}{\tau_b - \tau_x} \left(e^{-\frac{t_2}{\tau_b}} - e^{-\frac{t_2}{\tau_x}} \right) \quad (68)$$

Sur la figure 23', on représente les courbes de ces trois probabilités avec leur origine t_{n_1} et t_{n_2} . Posons $t_n = t_{n_1} - t_{n_2}$, on aura $-\infty \leq t_n \leq \infty$. Nous admettons que le circuit de coïncidence détecte sur les deux voies le premier photoélectron. Le circuit de coïncidence donne une réponse lorsqu'un événement apparaît au temps t et l'autre dans l'intervalle t à $t + \Delta t$. Δt correspond au temps d'ouverture du circuit ou temps de résolution électronique.

La mesure du nombre de coïncidences en fonction de t_n donne la courbe de résolution du système de coïncidence. Expérimentalement, t_n est obtenu avec une ligne à retard introduite dans le circuit ou par le temps de vol d'une particule. Pour obtenir cette courbe, il faut calculer la probabilité que le premier photoélectron de la voie I apparaisse au circuit de coïncidence à t_1 et le premier photoélectron de la voie II dans l'intervalle t_1 à $t_1 + \Delta t$ et la probabilité que le premier photoélectron de la voie II apparaisse à t_2 et le premier photoélectron de la voie I dans l'intervalle t_2 à $t_2 + \Delta t$. La somme de ces deux probabilités donne la probabilité $P(t_n; \Delta t)$ d'avoir une coïncidence.

a) Pour $-\infty \leq t_n \leq 0$, on aura :

$$P(t_n; \Delta t) = \frac{1}{\tau_a(\tau_b - \tau_x)} \left\{ \begin{array}{l} \int_0^{t_n} e^{-\frac{t_1}{\tau_a}} dt_1 \int_{t_n}^{t_1 + \Delta t} \left(e^{-\frac{t_2 - t_n}{\tau_b}} - e^{-\frac{t_2 - t_n}{\tau_x}} \right) dt_2 \\ \text{pour } t_n < \Delta t \\ \text{ou } t_n - \Delta t \text{ pour } t_n > \Delta t \end{array} \right. \\ + \int_{t_n}^{\infty} e^{-\frac{t_1}{\tau_a}} dt_1 \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} \left(e^{-\frac{t_2 - t_n}{\tau_b}} - e^{-\frac{t_2 - t_n}{\tau_x}} \right) dt_2 \\ + \int_{t_n}^{\infty} \left(e^{-\frac{t_2 - t_n}{\tau_b}} - e^{-\frac{t_2 - t_n}{\tau_x}} \right) dt_2 \int_{t_2}^{t_2 + \Delta t} e^{-\frac{t_1}{\tau_a}} dt_1 \Bigg\} \quad (69)$$

b) Pour $0 \leq t_n \leq \infty$

$$P(t_n; \Delta t) = \frac{1}{\tau_a(\tau_b - \tau_x)} \left\{ \begin{array}{l} \int_0^{t_n} \left(e^{-\frac{t_2}{\tau_b}} - e^{-\frac{t_2}{\tau_x}} \right) dt_2 \int_{t_n}^{t_2 + \Delta t} e^{-\frac{t_1 - t_n}{\tau_a}} dt_1 \\ \text{pour } t_n < \Delta t \\ \text{ou } t_n - \Delta t \text{ pour } t_n > \Delta t \end{array} \right. \\ + \int_{t_n}^{\infty} \left(e^{-\frac{t_2}{\tau_b}} - e^{-\frac{t_2}{\tau_x}} \right) dt_2 \int_{t_2}^{t_2 + \Delta t} e^{-\frac{t_1 - t_n}{\tau_a}} dt_1 \\ + \int_{t_n}^{\infty} e^{-\frac{t_1 - t_n}{\tau_a}} dt_1 \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} \left(e^{-\frac{t_2}{\tau_b}} - e^{-\frac{t_2}{\tau_x}} \right) dt_2 \Bigg\} \quad (70)$$

Les intégrations effectuées et après simplification, on obtient pour les différents domaines de t_n ⁽²³⁾ :

Pour $-\infty \leq t_n \leq -\Delta t$

$$P(t_n; \Delta t) = \frac{\tau_a^2}{(\tau_a + \tau_b)(\tau_a + \tau_x)} \left(e^{\frac{t_n + \Delta t}{\tau_a}} - e^{\frac{t_n - \Delta t}{\tau_a}} \right)$$

Pour $-\Delta t \leq t_n \leq \Delta t$

$$P(t_n; \Delta t) = 1 - \frac{\tau_a^2}{(\tau_a + \tau_b)(\tau_a + \tau_x)} e^{\frac{t_n - \Delta t}{\tau_a}} - \frac{\tau_b^2}{(\tau_a + \tau_b)(\tau_b - \tau_x)} e^{\frac{-t_n - \Delta t}{\tau_b}} + \frac{\tau_x^2}{(\tau_a + \tau_x)(\tau_b - \tau_x)} e^{\frac{-t_n - \Delta t}{\tau_x}}$$

Pour $\Delta t \leq t_n \leq \infty$

(71)

$$P(t_n; \Delta t) = - \frac{\tau_x^2}{(\tau_a + \tau_x)(\tau_b - \tau_x)} \left\{ e^{\frac{-t_n + \Delta t}{\tau_x}} - e^{\frac{-t_n - \Delta t}{\tau_x}} \right\} + \frac{\tau_b^2}{(\tau_a + \tau_b)(\tau_b - \tau_x)} \left\{ e^{\frac{-t_n + \Delta t}{\tau_b}} - e^{\frac{-t_n - \Delta t}{\tau_b}} \right\}$$

Les différentes fonctions qui interviennent dans $P(t_n; \Delta t)$ sont représentées sur la figure 24 pour un cas symétrique avec émission simultanée des deux rayonnements

$$\tau_a = \tau_b ; \quad \tau_x = 0; \quad \Delta t = 3\tau_a$$

$$\text{Pour } \tau_a = \tau_b \quad \tau_x = 0$$

et si τ_0 est la demi-largeur à demi-hauteur, on a :

$$e^{-\frac{\tau_0}{\tau_a}} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_a}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_a}} \right) \quad (72)$$

Pour $\Delta t > 3$, on a $\tau_0 \approx \Delta t$, la demi-largeur à demi-hauteur τ_0 de la courbe de résolution est alors égale au temps d'ouverture du circuit,

Si $\tau_a \leq \tau_b$, l'abscisse du maximum de $P(t_n; \Delta t)$ sera :

$$t_{n(\max.)} = \frac{\Delta t(\tau_b - \tau_a)}{\tau_a + \tau_b} \quad (73)$$

On voit que pour $\tau_a \ll \tau_b$ on a $t_{n(\max.)} \approx \Delta t$, le rendement maximum de coïncidence se trouve décalé par rapport à $t_n = 0$ d'un temps égal au temps d'ouverture du circuit électronique.

Le rendement maximum de coïncidence est :

$$P_{(\max.)}(t_n; \Delta t) = 1 - e^{-\frac{2\Delta t}{\tau_a + \tau_b}}$$

Pour $\Delta t = \frac{3}{2}(\tau_a + \tau_b)$, on a $P_{(\max.)}(t_n; \Delta t) = 0,95$

Pour $\Delta t = \tau_a + \tau_b$, on a $P_{(\max.)}(t_n; \Delta t) = 0,86$

(74)

Bell et al.²⁵⁾ indiquent un rendement de coïncidence $P_{(\max)} = 0,90$ pour $\Delta t = 3 \tau_a$, si $\tau_a = \tau_b$. Cette valeur représente la probabilité que deux événements apparaissent dans l'intervalle de temps 0 à Δt . Cette condition ne correspond pas au fonctionnement effectif d'un circuit de coïncidence où l'origine du temps est fixée par l'arrivée du premier événement et celui-ci donnera une réponse à partir de cet instant s'il apparaît un second événement dans l'intervalle Δt . Si les impulsions transmises au circuit de coïncidence sont de forme rectangulaire Δt est égal à la largeur de l'impulsion si l'on détecte toute superposition de deux impulsions. Pour une forme triangulaire des impulsions, Δt est fixé par un certain niveau de discrimination qui définit le degré de superposition des impulsions.

Comme le montre la figure 24, les courbes de résolution se décomposent en plusieurs fonctions exponentielles et un rectangle.

Les expressions (71) ne font pas intervenir les fluctuations du temps de transit des électrons dans les photomultiplicateurs et les fluctuations dans les circuits électroniques qui précèdent le circuit de coïncidence. Ces dernières fluctuations peuvent être négligées par rapport à celles des photomultiplicateurs que nous utilisons actuellement en physique nucléaire. Si l'on admet que, sur chaque voie, ces

fluctuations peuvent être représentées par un rectangle de largeur Δt_f , sur le circuit de coïncidence, les fluctuations seront représentées par un triangle $T(t_n; \Delta t_f)$ dont la largeur à demi-hauteur est Δt_f . La convolution de $P(t_n; \Delta t)$ et $T(t_n; \Delta t_f)$ nous donnera la courbe de résolution avec fluctuation $P(t_n; \Delta t, \Delta t_f)^{(24)}$:

$$P(t_n; \Delta t, \Delta t_f) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(t_n - t'_n; \Delta t) T(t'_n; \Delta t_f) dt'_n \quad (75)$$

Cette intégrale se calcule facilement si l'on décompose $P(t_n - t'_n; \Delta t)$ suivant les différentes fonctions $P(t_n, \tau) = \exp(-\frac{t_n}{\tau})$ et du rectangle de largeur $2 \Delta t$ qui la représentent suivant la figure 24, aux coefficients constants près de (71). On aura à effectuer des intégrations du type :

$$p(t_n; \tau, \Delta t_f) = \int_{-\Delta t_f}^{\infty} e^{-\frac{t_n + t'_n}{\tau}} \cdot T(t'_n; \Delta t_f) dt'_n \quad (76)$$

où τ représente τ_a ou τ_b ou τ_x . De ce calcul, on obtient :

pour $-\Delta t_f \leq t_n \leq 0$

$$p(t_n; \tau, \Delta t_f) = \frac{\tau}{\Delta t_f} \left(1 + \frac{t_n}{\Delta t_f} \right) + \frac{\tau^2}{\Delta t_f^2} \left(e^{-\frac{-t_n - \Delta t_f}{\tau}} - 1 \right)$$

pour $0 \leq t_n \leq \Delta t_f$ (77)

$$p(t_n; \tau, \Delta t_f) = \frac{\tau}{\Delta t_f} \left(1 - \frac{t_n}{\Delta t_f} \right) + \frac{\tau^2}{\Delta t_f^2} \left(e^{-\frac{-t_n - \Delta t_f}{\tau}} - 2 e^{-\frac{t_n}{\tau}} + 1 \right)$$

pour $\Delta t_f \leq t_n \leq \infty$

$$p(t_n; \tau, \Delta t_f) = \frac{4\tau^2}{\Delta t_f^2} \operatorname{ch}^2 \frac{\Delta t_f}{2\tau} e^{-\frac{t_n}{\tau}}$$

Cette transformation est représentée sur la figure 25. Pour la convolution du rectangle de largeur $2 \Delta t$ et $T(t_n; \Delta t_f)$, on considère deux fonctions : $+1$ de $-\Delta t$ à l'_{∞} et -1 de Δt à l'_{∞} . On obtient pour chacune d'elles deux arcs inversés de parabole dont les sommets sont $\pm \Delta t_f$ par rapport à $\pm \Delta t$ (figure 26) et qui ont pour équation :

$$\pm \frac{1}{2\Delta t_f^2} t_n^2 \quad \text{et} \quad \pm \left(1 - \frac{t_n^2}{2\Delta t_f^2} \right) \quad (78)$$

Pour obtenir la courbe de résolution, on recompose graphiquement les différentes fonctions avec leurs coefficients pris dans (71).

Sur les figures 26 et 27, on donne quelques exemples de courbes de résolution où l'on tient compte des fluctuations :

- fig. 26 représente un cas symétrique $\tau_a = \tau_b$ et $\Delta t = 3\tau_a$. On remarque que le rendement maximum $P_{(max.)}$ de coïncidence, qui était 0,95 pour $\Delta t_f = 0$, devient $P_{(max.)} = 0,90$ avec l'intervention des fluctuations.
- fig. 27 représente des courbes de résolution pour des coïncidences I : α (6 Mev) - X_L , II : α (6 Mev) - X_K , III : α (6 Mev) - γ (125 Kev) avec $\Delta t = 8 \cdot 10^{-9}$ sec. et $\Delta t_f = 4 \cdot 10^{-9}$ sec.

Pour des coïncidences avec les rayonnements X_L , on voit que $P_{(max)} = 0,75$. La connaissance de $P_{(max)}$ est importante pour la détermination des coefficients de conversion par la méthode des coïncidences avec des circuits rapides. La position de $t_{n(max.)}$ se trouve considérablement modifiée par rapport à $t_n = 0$, et d'après les courbes de la figure 27, on peut considérer que la relation (73) est approximativement valable pour une courbe expérimentale où l'on a des fluctuations $\Delta t_f \neq 0$. Pour la spectrométrie nucléaire en coïncidence avec discrimination d'énergie, il est indispensable de tenir compte de ces deux effets surtout lorsque

les énergies des rayonnements étudiés sont très différentes. Même pour des circuits de coïncidence très ouverts, ces effets ne sont pas négligeables.

Pour deux mesures de vie moyenne de niveaux excités effectués avec un système de coïncidence du type "lent-rapide" que nous avons construit²⁶⁾, nous avons calculé les courbes de résolution théoriques des coïncidences instantanées $\tau_x = 0$ et avec vie moyenne $\tau_x \neq 0$.

Fig. 28 : Niveau de 122 Kev du $^{131}_{Cs}$ ²⁷⁾. Les points expérimentaux représentent la mesure en coïncidence différée de deux rayonnements de 510 Kev et 122 Kev, détectés avec INa et photomultiplicateur EMI 6262, émis simultanément ($^{22}_{Na}$) et avec une période de $T_{\frac{1}{2}} = (4 + 0,3)10^{-9}$ sec. (niveau de 122 Kev $^{131}_{Cs}$),

Fig. 29 : Niveau de 27 Kev de $^{227}_{Ac}$ ²⁹⁾ $^{28}_{Cs}$. Les points expérimentaux représentent les coïncidences $\alpha\gamma$ (27 Kev). Les deux rayonnements sont détectés avec des scintillateurs INa et photomultiplicateur EMI 6262 et la vie moyenne du niveau de 27 Kev est $T_{\frac{1}{2}} = 3,7 \cdot 10^{-8}$ sec. On a aussi représenté la courbe calculée des coïncidences instantanées $\alpha\gamma$ (27 Kev).

Pour ces deux figures 28 et 29, les courbes sont calculées avec les valeurs τ_a , τ_b et τ_x correspondant aux rayonnements et les Δt et Δt_f de nos appareils²⁶⁾. Pour ces valeurs des paramètres, l'accord avec l'expérience est très satisfaisant.

Dans le cas de deux rayonnements de même énergie $\tau_a = \tau_b$ et $\tau_x = 0$, on peut obtenir une expression simple pour le rendement de coïncidence maximum si $\Delta t \gg \Delta t_f$:

$$P_{(max.)}(t_n; \Delta t; \Delta t_f) = 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_a}} \cdot \frac{4\tau_a^2}{\Delta t_f^2} \operatorname{ch}^2 \frac{\Delta t_f}{2\tau_a} \quad (79)$$

pour $t_n = 0$

Si $\Delta t < 3\tau_a$ et $\Delta t \sim \Delta t_f$ l'effet des fluctuations n'est pas négligeable.

D'après (77) les décroissances exponentielles de la courbe de résolution commencent pour $t_n \leq -\Delta t - \Delta t_f$ et $t_n \geq \Delta t + \Delta t_f$. Si les vies moyennes d'apparition des premiers photoélectrons sont négligeables $\tau_a, \tau_b \ll \Delta t_f$, la courbe de résolution est obtenue par la composition du rectangle de largeur $2 \Delta t$ et de la courbe de fluctuation $T(t_n; \Delta t_f)$ (figure 26). Ces conditions expérimentales sont réalisées en particulier pour les compteurs Cerenkov ou avec des particules de très grande énergie. Pour des mesures de temps de vol, connaissant la courbe de résolution du système de coïncidence, on déduit immédiatement de la mesure de $P(t_n; \Delta t, \Delta t_f)$ la valeur t_{vol} , d'où l'énergie de la particule.

Pour le domaine $t_n \geq -\Delta t - \Delta t_f$, on peut déduire une expression simple pour le déplacement relatif de la courbe où $\tau_x \neq 0$ par rapport à la courbe où $\tau_x = 0$.

Pour les mêmes ordonnées, nous aurons :

$$\frac{\tau_x}{\tau_a} = e^{\frac{|\Delta t_n|}{\tau_a}} - 1 \quad (80)$$

où $|\Delta t_n|$ est le déplacement relatif des deux courbes. Dans ce domaine, Δt_n est indépendant de Δt_f , Δt et τ_b .

Pour certaines expériences où l'on a un rayonnement de grande énergie (τ_a) en coïncidence avec un rayonnement de faible énergie (τ_b) et si $\tau_x \lesssim 2 \tau_b$, la mesure de Δt_n permet de déduire τ_x et ainsi de vérifier la valeur de τ_x obtenue par la mesure du déplacement du centre de gravité.

On sait que τ_a et τ_b dépendent du nombre total de photoélectrons k libérés de la photocathode et de la vie moyenne de la scintillation²²⁾. Les valeurs de $\rho = \frac{K}{E(\text{Kev})}$, Δt et Δt_f peuvent être déterminées sur une courbe de résolution de coïncidence mesurée dans différentes conditions expérimentales.

Ces trois paramètres définissent complètement le système de coïncidence pour toutes les expériences et nous les avons mesurées avec les conditions expérimentales suivantes :

Pour ρ : par la mesure de la pente d'une des branches de la courbe de résolution si :

$$\Delta t, \Delta t_f \ll \tau_a \text{ ou } \tau_b \quad \text{et} \quad \tau_x = 0$$

(coïncidence d'un rayonnement de grande énergie avec un rayonnement de faible énergie);

Pour Δt : par la demi-largeur à demi-hauteur de la courbe de résolution si :

$$\tau_a = \tau_b \quad \text{et} \quad P_{(\max.)}(t_n; \Delta t; \Delta t_f) \geq 0,95$$

c'est-à-dire $\Delta t \geq \Delta t_f$ et $3 \tau_a = 3 \tau_b \leq \Delta t$

Pour Δt_f : a) par la mesure de $P_{(\max.)}(t_n; \Delta t; \Delta t_f)$ en fonction de Δt pour $\Delta t < \Delta t_f$ si $\tau_a = \tau_b \ll \Delta t$ et Δt_f ;

b) par la forme de la courbe de résolution pour

$$\Delta t \geq \Delta t_f \quad \text{si} \quad \tau_a = \tau_b \ll \Delta t_f .$$

Pour les spectromètres à scintillation que nous avons construits²⁶⁾ du type "lent-rapide" avec des scintillateurs INa et des photomultiplicateurs EMI 6262, nous avons obtenu $\rho = 2,5 \frac{\text{photoélectrons}}{\text{Kev}}$ et Δt_f de $4 \cdot 10^{-9}$ sec. à $5 \cdot 10^{-9}$ sec. pour des tensions de 1800 à 2000 v. sur le photomultiplicateur. La valeur de Δt peut être fixée de quelque 10^{-9} sec. à $2 \cdot 10^{-8}$ sec. par la tension de discrimination d'un amplificateur à seuil sur les impulsions amplifiées du circuit de coïncidence.

La fonction rectangulaire qui représente les fluctuations se justifie en première approximation comme le montre la comparaison des courbes théoriques et expérimentales (figures 28 et 29). Pour obtenir un meilleur accord, il faudra peut-être choisir des fonctions mieux adaptées, par exemple, pour chaque voie, un triangle ou une courbe de Gauss.

La surface de la courbe de résolution est :

$$S = 2 \Delta t N_c \quad \text{et} \quad \frac{S}{2 \Delta t} = N_c \quad (81)$$

où N_c est le nombre total de coïncidence compte tenu des angles solides, des efficacités et de la proportion du rayonnement mesurée dans la voie lente de discrimination d'énergie par rapport à l'intensité totale de ce rayonnement dans le détecteur :

$$N_c = N_0 \Omega_1 \Omega_2 \epsilon_1 \epsilon_2 \rho_1 \rho_2$$

$$\Omega_{1,2} \text{ angle solide, } \epsilon_{1,2} \text{ efficacité, } \rho_{1,2} = \frac{\text{intensité dans le discriminateur d'énergie}}{\text{intensité dans le détecteur}}$$

La surface S ne dépend que de l'ouverture du circuit quel que soit les rayonnements, les fluctuations ou la vie moyenne τ_x . La détermination précise de Δt s'avère donc très importante puisque avec la mesure de la surface, on obtient immédiatement le nombre de coïncidence total N_c sans se préoccuper du rendement de coïncidence $P(t_n; \Delta t; \Delta t_f)$ pour une valeur t_n . Nous avons utilisé cette méthode de mesure de N_c pour la détermination des coefficients de conversion des rayonnements de 125 Kev et 195 Kev du ^{102}Rh (26) (30).

Nous avons vérifié sur les courbes de résolution théorique $P(t_n; \Delta t; \Delta t_f)$ les propriétés que Bay³¹⁾ et Newton³²⁾ ont utilisées pour interpréter les courbes expérimentales de coïncidence différées.

Nous avons une relation générale qui donne le moment d'ordre n d'une convolution $h(x)$ en fonction des moments des fonctions $f(x)$ et $g(x)$ de cette convolution. Si :

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x - \xi) g(\xi) d\xi$$

le moment d'ordre n de $h(x)$ est donné par :

$$M^n[h(x)] = M^n[f(x)] M^{(0)}[g(x)] + \binom{n}{1} M^{(n-1)}[f(x)] M^1[g(x)] + \dots + \binom{n}{n-1} M^{(1)}[f(x)] M^{(n-1)}[g(x)] + M^{(0)}[f(x)] M^{(n)}[g(x)]$$

Avec cette relation, on vérifie immédiatement que :

$$M^{(1)}[P(t_n; \Delta t; \Delta t_f)] = M^{(1)}[P(t_n; \Delta t)]$$

car :

(83)

$$M^{(1)}[T(t_n; \Delta t_f)] = 0 \quad \text{et} \quad M^{(0)}[T(t_n; \Delta t_f)] = 1$$

Les fluctuations ne modifient pas le moment du premier ordre de la courbe de résolution, ce qui se voit sur la décomposition graphique de $P(t_n; \Delta t; \Delta t_f)$ (figure 26) .

Si on normalise la courbe de résolution :

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(t_n; \Delta t, \Delta t_f) = 2 \Delta t = S_0 \quad (84)$$

le moment du premier ordre de cette courbe est :

$$M^{(1)}[P(t_n; \Delta t, \Delta t_f)] = 2 \Delta t \left[\frac{\tau_a^3}{(\tau_a + \tau_b)(\tau_a + \tau_x)} + \frac{\tau_b^3}{(\tau_a + \tau_b)(\tau_b - \tau_x)} - \frac{\tau_x^3}{(\tau_a + \tau_x)(\tau_b - \tau_x)} \right] \quad (85)$$

Pour $\tau_x = 0$

$$M^{(1)}[P(t_n; \Delta t, \Delta t_f)] = 2 \Delta t (\tau_b - \tau_a) \quad (86)$$

et pour $\tau_x \neq 0$

$$M^{(1)}[P_{\tau_x}(t_n; \Delta t, \Delta t_f)] - M^{(1)}[P_{\tau_x=0}(t_n; \Delta t, \Delta t_f)] = 2 \Delta t \tau_x \quad (87)$$

qui est la relation entre les moments du premier ordre et la vie moyenne τ_x que Bay³¹⁾ avait déduite à partir de (82).

Avec (82), (83), (85) et (86), on peut montrer que :

$$M^{(2)}[P_{\tau_x}(t_n; \Delta t, \Delta t_f)] - M^{(2)}[P_{\tau_x=0}(t_n; \Delta t, \Delta t_f)] = 2 \tau_x M^{(1)}[P_{\tau_x}(t_n; \Delta t, \Delta t_f)] \quad (88)$$

La relation (88) représente une approximation supérieure pour la détermination de τ_x par le calcul graphique des moments d'ordre 1 et 2. Sur une courbe expérimentale, l'utilisation conjointe de (87) et (88) donne une détermination plus précise de τ_x que ne le permet la relation (87) de Bay ³¹).

Pour une courbe de résolution symétrique $\tau_a = \tau_b$ et $\tau_x = 0$, on a :

$$M^{(2)}[P(t_n; \Delta t, \Delta t_f)] = \left\{ M^{(2)}[P(t_n; \Delta t)] + M^{(2)}[T(t_n; \Delta t_f)] \right\} \quad (89)$$

où

$$M^{(2)}[P(t_n; \Delta t)] = S_0 \left[2 \tau_a^2 + \frac{1}{3} \Delta t^2 \right] \quad (90)$$

et si $T(t_n; \Delta t_f)$ est une fonction triangulaire comme nous l'avons supposé :

$$M^{(2)}[T(t_n; \Delta t_f)] = \frac{1}{6} \Delta t_f^2 \quad (91)$$

La relation (89) permet de déduire d'une courbe de résolution expérimentale le moment du second ordre de la fluctuation ou Δt_f si l'on a déterminé au préalable τ_a et Δt par une des expériences décrites précédemment. Ces relations (89), (90) et (91) donnent la possibilité de contrôler les paramètres d'un système de coïncidence qui peuvent être mesurés séparément sur ces courbes de résolution avec des conditions expérimentales particulières pour chacun d'eux. Ces paramètres Δt , Δt_f et ρ conditionnent complètement une expérience et leur détermination précise est essentielle. De ces calculs, on peut déduire les

meilleures conditions expérimentales d'un système de coïncidence utilisant des scintillateurs pour la détection des rayonnements. La mesure des périodes courtes des niveaux excités des noyaux n'exige absolument pas que Δt_f soit très petit : les effets dus à la présence d'une vie moyenne τ_x sur les pentes ou sur le déplacement des courbes de résolution sont indépendantes du temps de résolution électronique Δt . La valeur de Δt doit être choisie :

- a) pour avoir la meilleure stabilité électronique du circuit de coïncidence;
- b) pour que $P_{(max.)}(t_n; \Delta t, \Delta t_f) \geq 0,95$ et les coïncidences fortuites négligeables.

Le paramètre essentiel est Δt_f qui, mis à part τ_a et τ_b , conditionne les pentes des branches de la courbe de résolution et limite ainsi la mesure des vies moyennes τ_x . Il doit être choisi le plus petit possible. Dans l'état actuel de la technique, Δt_f est principalement dû à la fluctuation du temps de transit des électrons dans un photomultiplicateur. Pour les photomultiplicateurs EMI 6262 que nous avons utilisés dans nos expériences, la fluctuation qui intervient au niveau du circuit de coïncidence est $4 \cdot 10^{-9} \text{ sec.} \leq \Delta t_f \leq 5 \cdot 10^{-9} \text{ sec.}$, ce qui est relativement grand. D'autres photomultiplicateurs tels que les RCA IP21, 5819 ou 6342 ont des fluctuations Δt_f environ 10 fois plus petites et, de ce point de vue, présentent des avantages incontestables. Les cristaux scintillateurs utilisés pour la détection seront choisis pour que τ_a et τ_b soient aussi petits que possible compte tenu des conditions d'expérience.

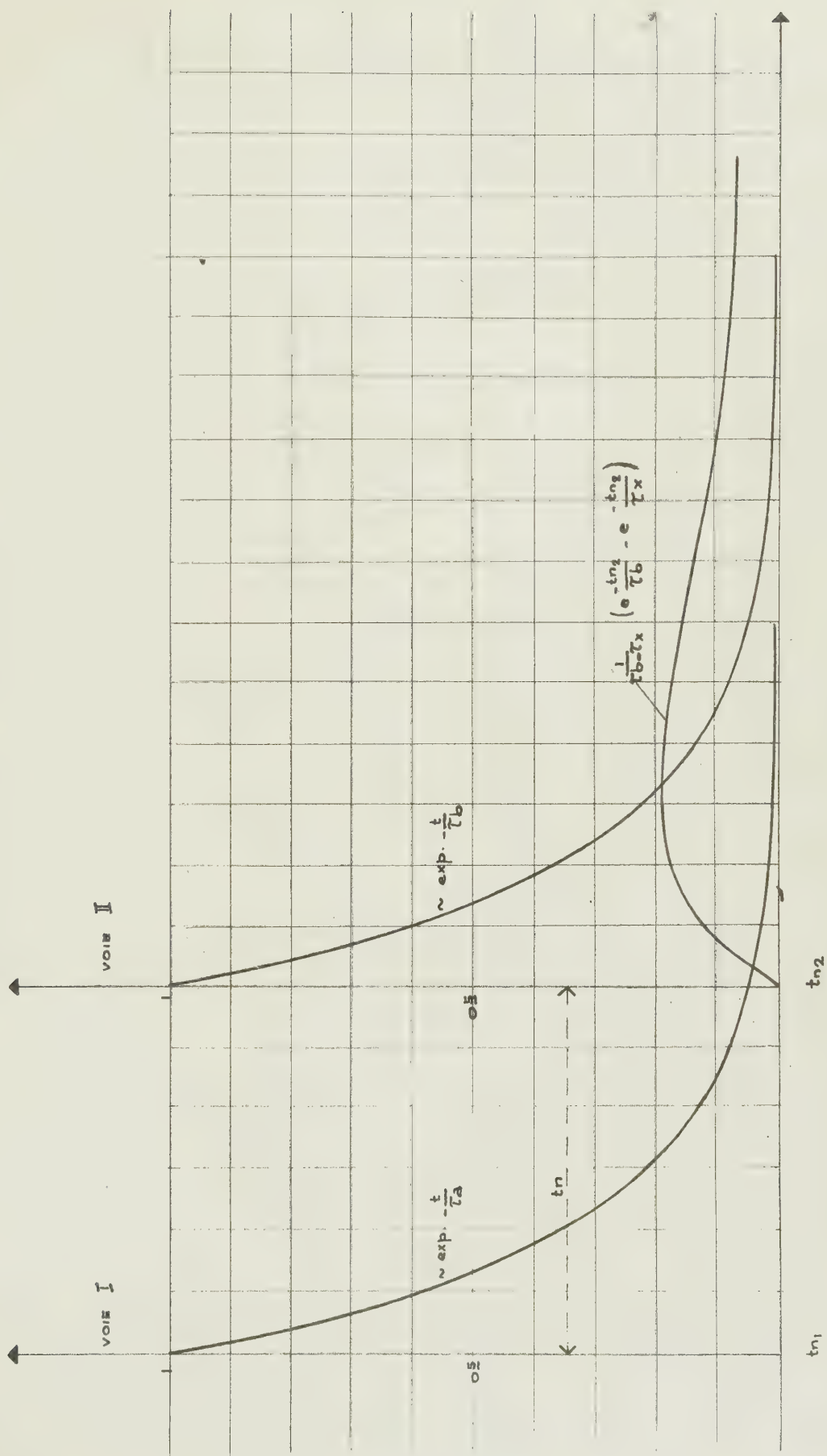


FIG. 23'. PROBABILITE DIFFERENTIELLE D'APPARITION DU 1^{er} PHOTOELECTRON.

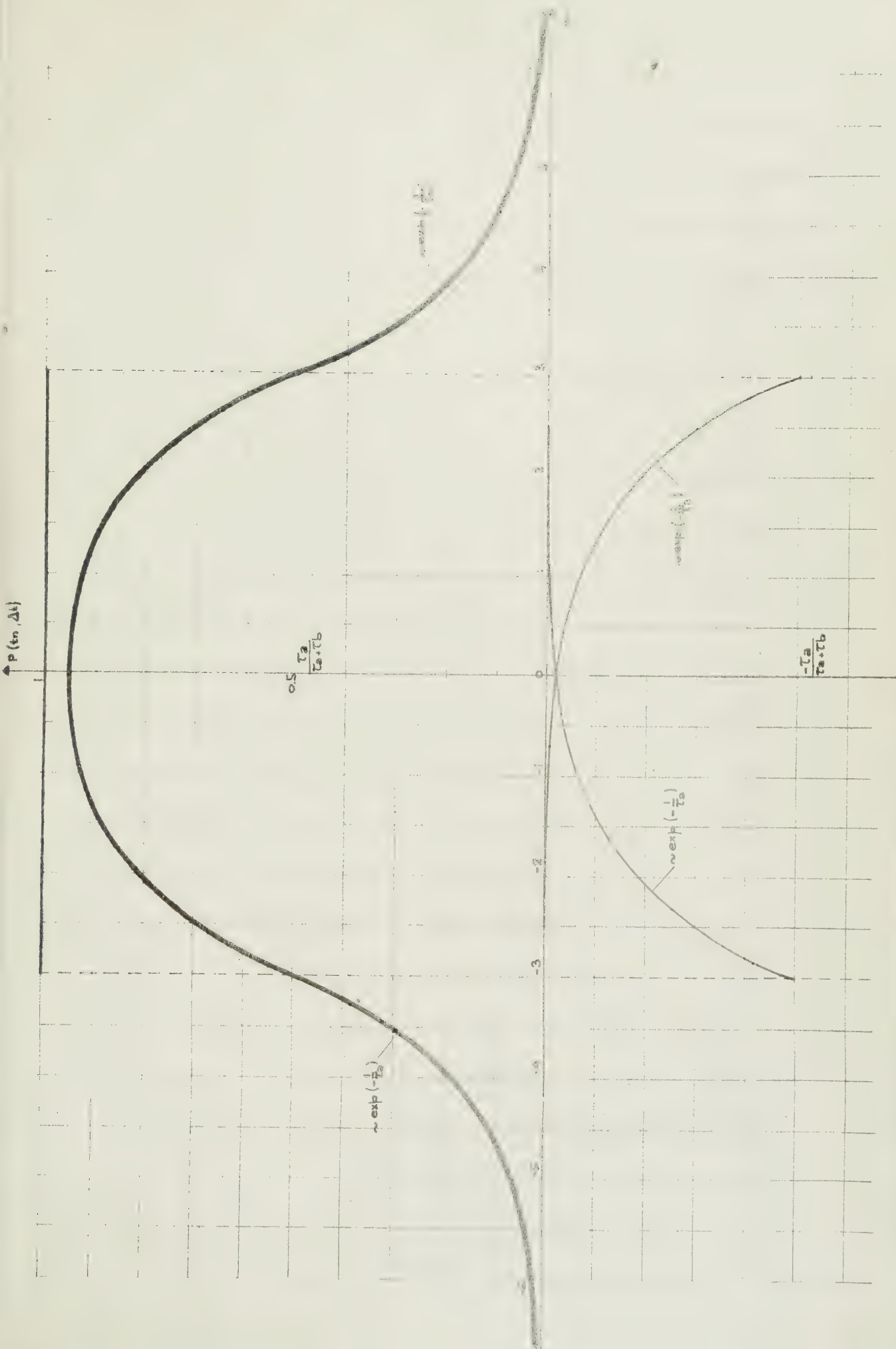


FIG. 24. COURBE DE RESOLUTION SYMETRIQUE $\tau_a = \tau_b$ $\tau_k = 0$ DECOMPOSEE EN SES DIFFERENTES FONCTIONS

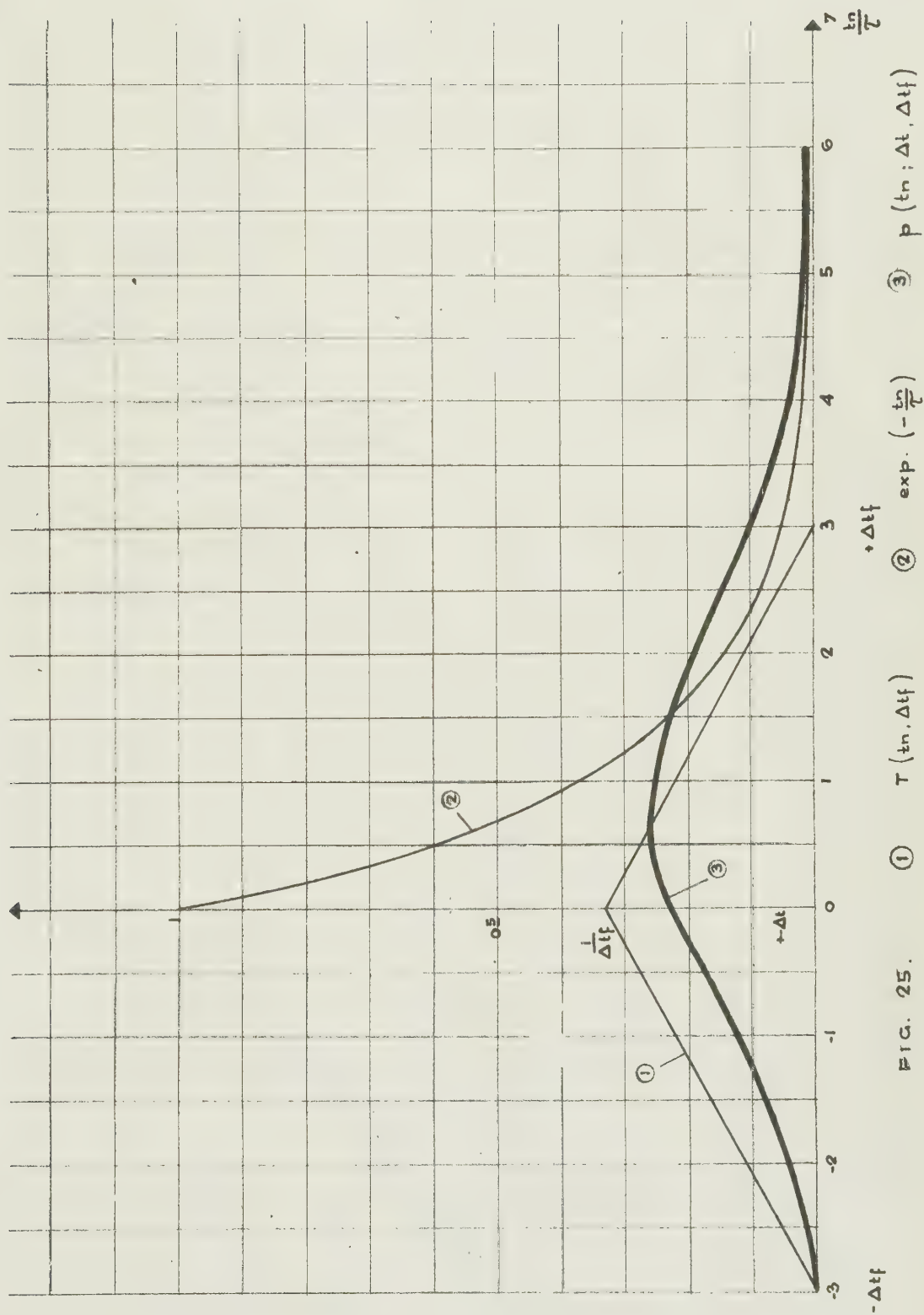


FIG. 25.

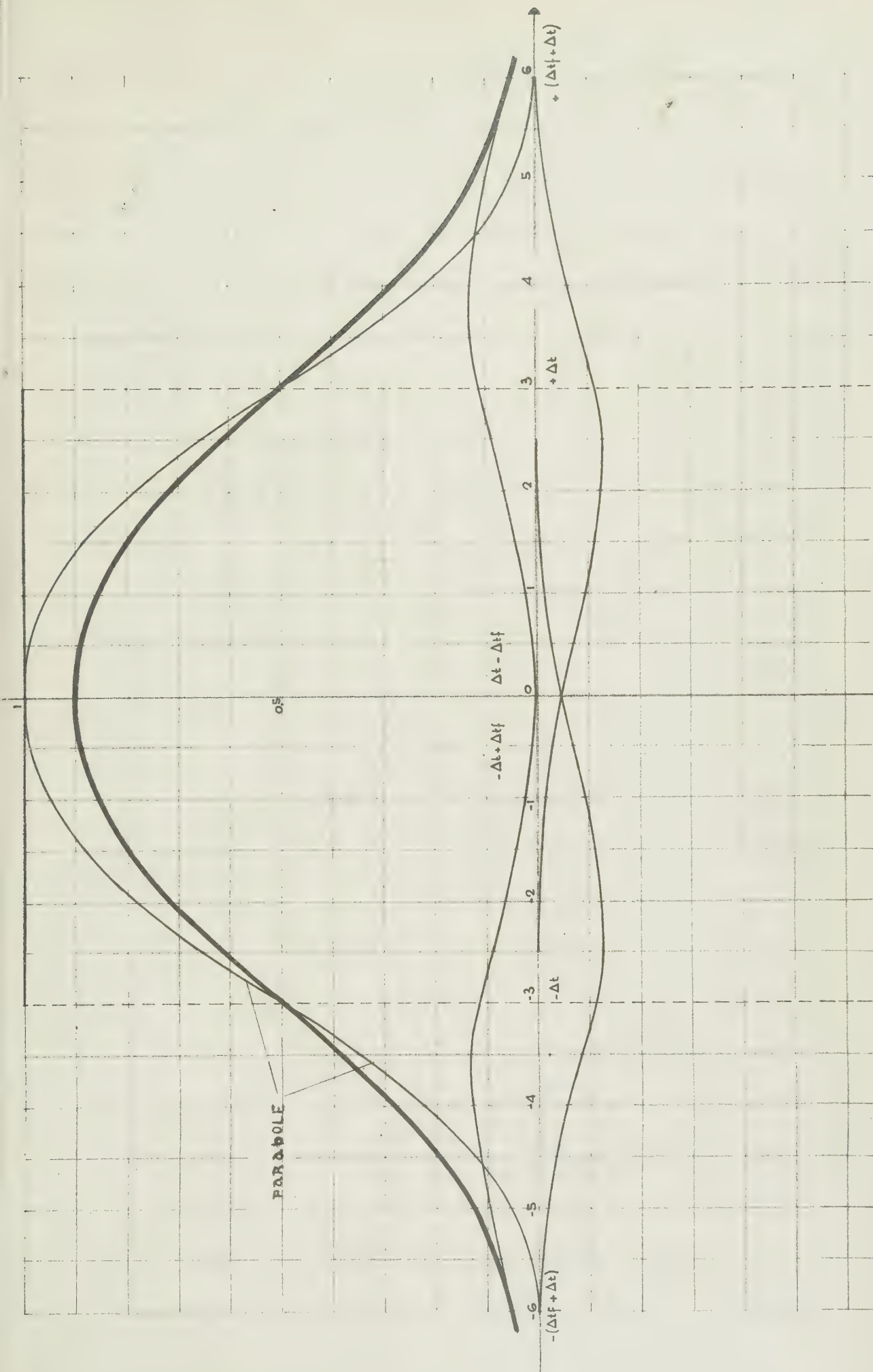
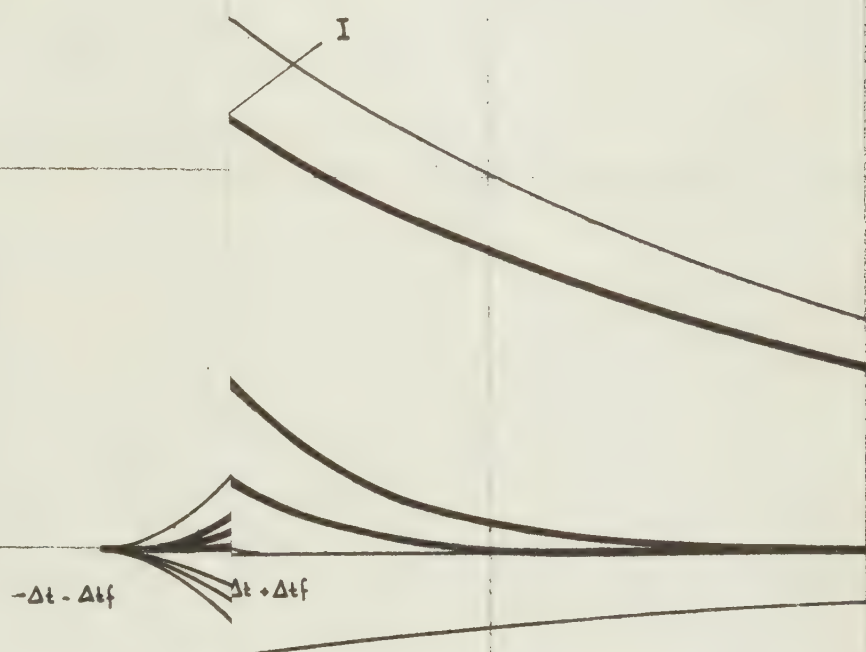


FIG. 26. COURBE DE RESOLUTION SYMETRIQUE AVEC FLUCTUATION $\tau_a = \tau_b$ $\tau_x = 0$ $\Delta t = \Delta t_f = 3\tau_a$



UTION ET LES DIFFERENTES FONCTIONS.

$$4.10^{-9} \quad \tau_a = 10^{-10} \text{ sec} \quad \tau_b = 10^{-8} \text{ sec. } \tau_x = 0$$

5 MAIS $\tau_b = 2.10^{-9} \text{ sec}$

US MAIS $\tau_b = 1.2.10^{-9} \text{ sec}$

US MAIS $\tau_a = \tau_b = \tau_x = 0$

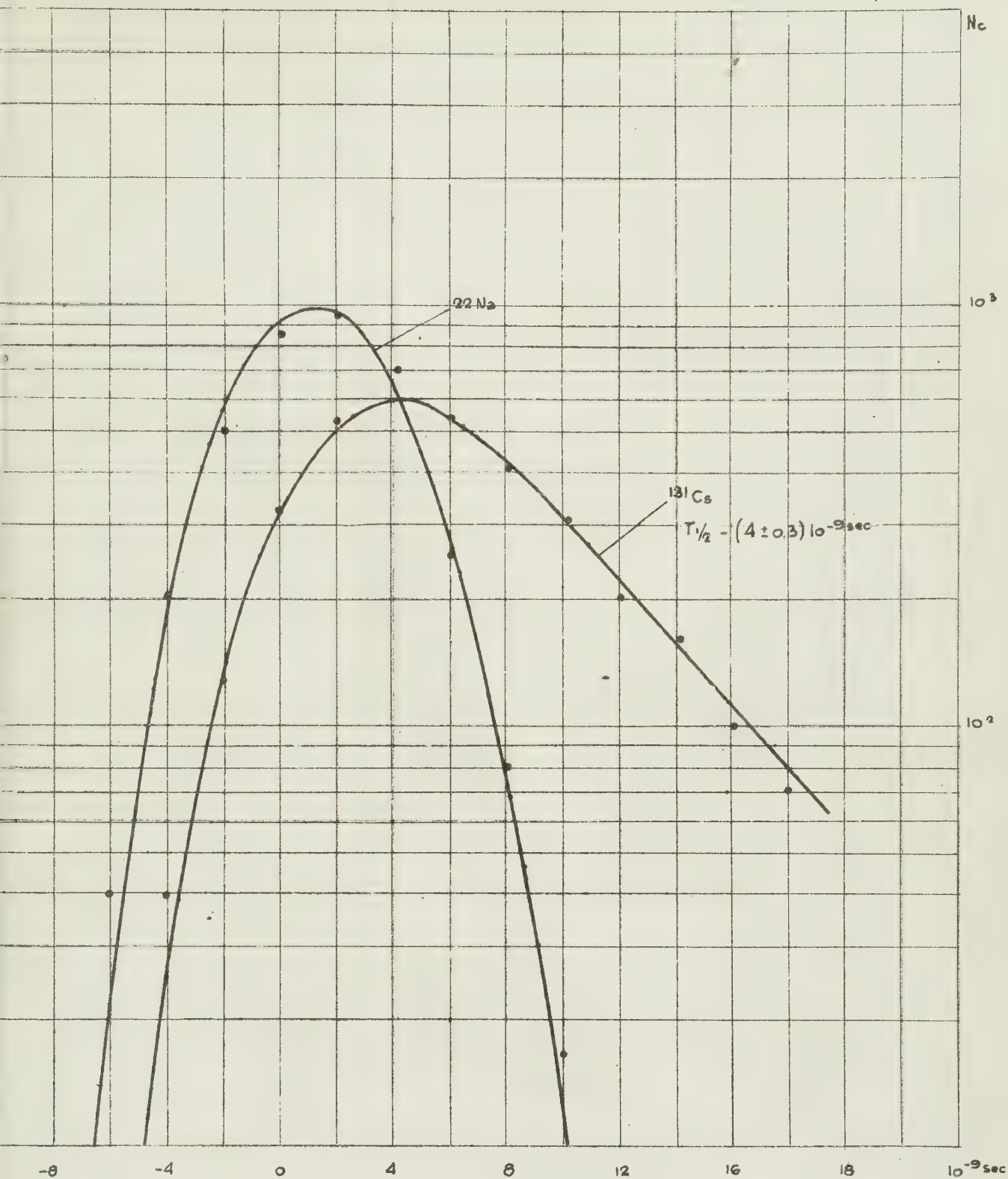


FIG. 28

COÏNCIDENCES RETARDÉES ENTRE LES
RAYONNEMENTS γ DE 122 Kev ET 495 Kev
DU ^{131}Cs ET ^{22}Na .

$$\Delta t = 3,5 \cdot 10^{-9} \text{ sec} \quad \Delta t_f = 4 \cdot 10^{-9} \text{ sec}$$

$$0,7 T_x = 4 \cdot 10^{-9} \text{ sec.}$$

POINTS EXPERIMENTAUX.
COURBE THEORIQUE.

- (1) COURBE DE COINCIDENCES INSTANTANÉES $\alpha - 27 \text{ Kev}$
 (2) COURBE DE COINCIDENCES DIFFÉRENCES CALCULÉE.

$\alpha - 27 \text{ Kev}$ DU $\text{Po}^{210} \rightarrow \text{Ac}^{207}$

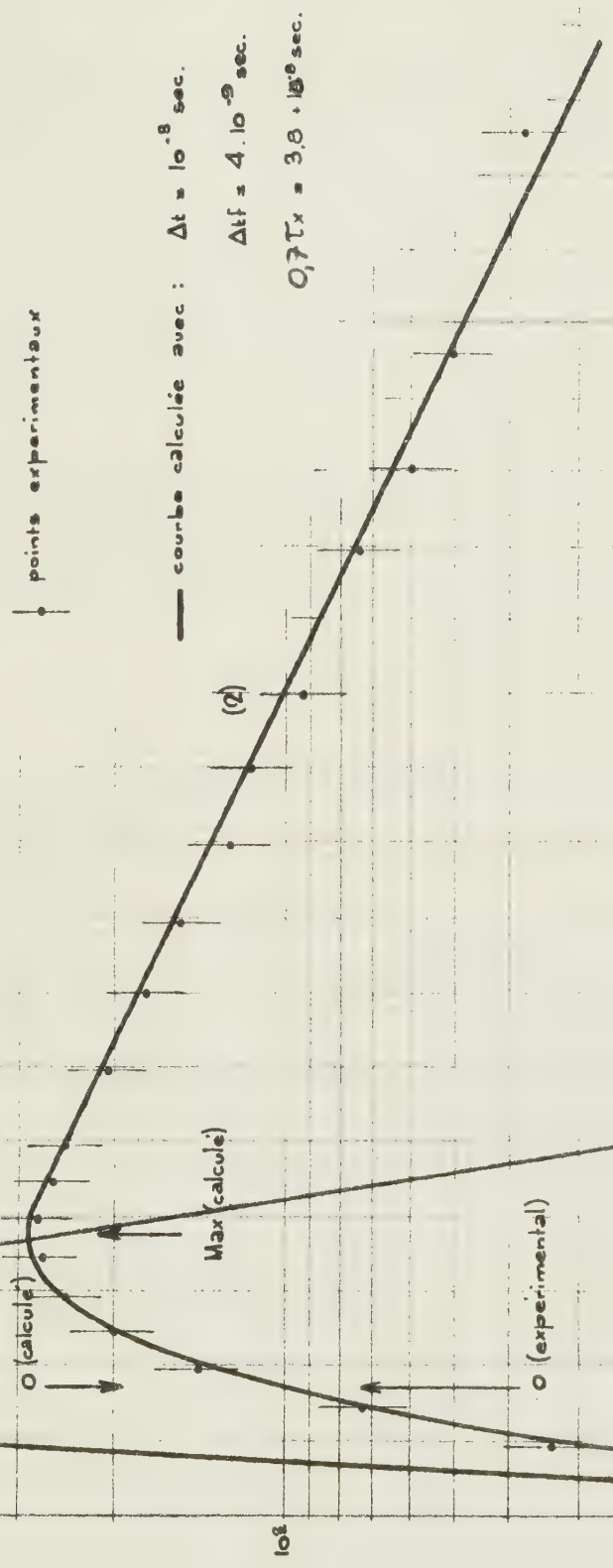


FIGURE 29

CONCLUSION

Spectrométrie magnétique β .

Les propriétés d'un champ magnétique uniforme de symétrie axiale nous ont permis de calculer exactement les formes des raies d'un spectromètre β avec les conditions géométriques optimum des diaphragmes. La forme de la raie d'un point source excentré permet de mesurer la dispersion d'un champ magnétique inhomogène de symétrie axiale. Pour un rayonnement électronique mono-cinétique, nous précisons la détermination de l'intensité et de l'énergie sur le profil d'une raie.

Le spectromètre β que nous avons construit a permis de comparer les raies obtenues expérimentalement avec le dépôt actif du Th et les raies calculées. Avec cet appareil, nous avons aussi mesuré le coefficient de conversion α_K et $\frac{\alpha_K}{\alpha_L}$ du niveau de 350 KeV de AcC'' .

Courbes de résolution des systèmes de coïncidence utilisant des détecteurs à scintillation.

Nous avons donné l'expression mathématique de ces courbes en fonction de 3 paramètres : Δt = temps d'ouverture du circuit; τ = vie moyenne d'apparition du premier photoélectron et Δt_f = fluctuation dans le photomultiplicateur. A l'aide de cette formulation, nous avons déduit les propriétés de ces courbes de résolution. Une représentation graphique adéquate facilite la comparaison des courbes expérimentales et calculées, qui permet la détermination des vies moyennes brèves et les rapports d'intensité des rayonnements en coïncidence.

BIBLIOGRAPHIE

- 1) C.H. Witcher. Phys. Rev. 60, 32 (1941)
- 2) J.W. DuMond. Rev. Sci. Instr. 20, 160 (1949)
- 3) E. Persico. Rev. Sci. Instr. 20, 191 (1949)
- 4) Y. Koh. J. Phys. Soc. Japan 4, 245-51 (1949)
- 5) S. Frankel. Phys. Rev. 73, 804 (1948)
- 6) P. Hubert. Ann. Phys. 8, 662 (1953)
- 7) J.W. DuMond; L. Bogart, J. Kohl, D. Muller et J. Wilts.
Calif. Inst. of Techn. Report 16 (1952)
- 8) J.M. Keller; E. Koenigsberg et A. Paskin.
Rev. Sci. Instr. 21, 713 (1950)
- 9) H. Slâtis et K. Siegbahn. Ark. Fysik 1, 339 (1949)
- 10) W. Bothe. Naturwiss. 37, 41 (1950)
- 11) L. Dick. Jour. de Phys., Juillet 1956 (à paraître)
- 12) J. Mahanty, S. Pandit et C. Balakrishnan.
J. Sci. Industr. Res. 12B, 571 (1953)
- 13) E. Persico, C. Geoffrion. Rev. Sci. Instr. 21, 945 (1950)
- 14) Bühl, Coeturier. Phys. Zeits XXXIII, 773 (1932)
- 15) T.R. Lyle. Phil. Mag. 3, 310 (1902)
- 16) F. Bloch. Phys. Rev. 70, 460 (1946)
- 17) L. Dick, R. Foucher, N. Perrin, H. Vartapétian, G. Béné,
P. Denis et R. Extermann. Comptes Rendus 239, 1376 (1954)
- 18) F.H. Schmidt. Rev. Sci. Instr. 23, 361 (1952)
- 19) H. Siegbahn, K. Edvarson. Nuc. Phys. 1, 137 (1956)
- 20) K. Siegbahn. β and γ rays spectroscopy. Amsterdam. Chap. III
- 21) T. Gerholm. β rays spectroscopy. Handbuch der Physik
- 22) R.F. Post, I. Schiff. Phys. Rev. 80, 113 (1950)
- 23) L. Dick, R. Foucher, N. Perrin, H. Vartapétian.
Comptes Rendus 242, 1880 (1956)
- 24) L. Dick, R. Foucher, N. Perrin, H. Vartapétian.
Jour. de Phys., Juillet 1956 (à paraître)

- 25) R.E. Bell, R.L. Graham et H.E. Petch. Can Jour. Phys. 30, 35 (1952)
R.E. Bell in β and γ rays spectroscopy, K. Siegbahn, Chap. XVIII, p. 510
- 26) L. Dick, R. Foucher, N. Perrin, H. Vartapétian. Comptes Rendus 240, 1335 (1955)
- 27) H. Vartapétian, L. Dick, R. Foucher, N. Perrin. Comptes Rendus 242, 103 (1956)
- 28) T. Teillac, M. Riou, P. Desneiges. Comptes Rendus, Académie des Sciences 237, 41 (1953)
- 29) R. Foucher, L. Dick, N. Perrin, H. Vartapétian. Jour. de Phys., Juillet 1956. (à paraître)
- 30) N. Perrin, L. Dick, R. Foucher, H. Vartapétian. Jour. de Phys., Juillet 1956
- 31) Z. Bay. Phys. Rev. 778, 419 (1950)
- 32) T.D. Newton. Phys. Rev. 78, 490 (1950)
- 33) E. Rose. In β and γ rays spectroscopy. K. Siegbahn, chap, XIV
- 34) L.A. Sliv. Zh. Eksper. Teor. Fiz. 21, 770 (1951)
L.A. Sliv, M.A. Listengarten, Zh. Eksper. Teor. Fiz. 22, 29 (1952)
- 35) A.H. Wapstra, G.J. Nigh. Nuclear Physics I, 245 (1956)
- 36) C. Nordling, K. Siegbahn, E. Sokolowski, A.H. Wapstra. Nuclear Physics I, 326 (1956)
- 37) W. Sebaoun. Thèse, Paris (à paraître : Annales de Physique)
- 38) J. Surugue. Ann. Phys. 8, 484 (1937)
- 39) C. Vieira, L. Salgueiro. Comptes Rendus 234, 1765 (1952)
- 40) P. Falk-Vairant, J. Teillac, C. Victor. Journ. Phys. 13, 313 (1952)
- 41) A. Flammersfeld. Zeit. Phys. 114, 227 (1939)
- 42) D.G.E. Martin, H.O.W. Richardson. Proc. Roy. Soc. 195 A, 287 (1948)

*

*

*

FIG. 17 DETAIL **a**

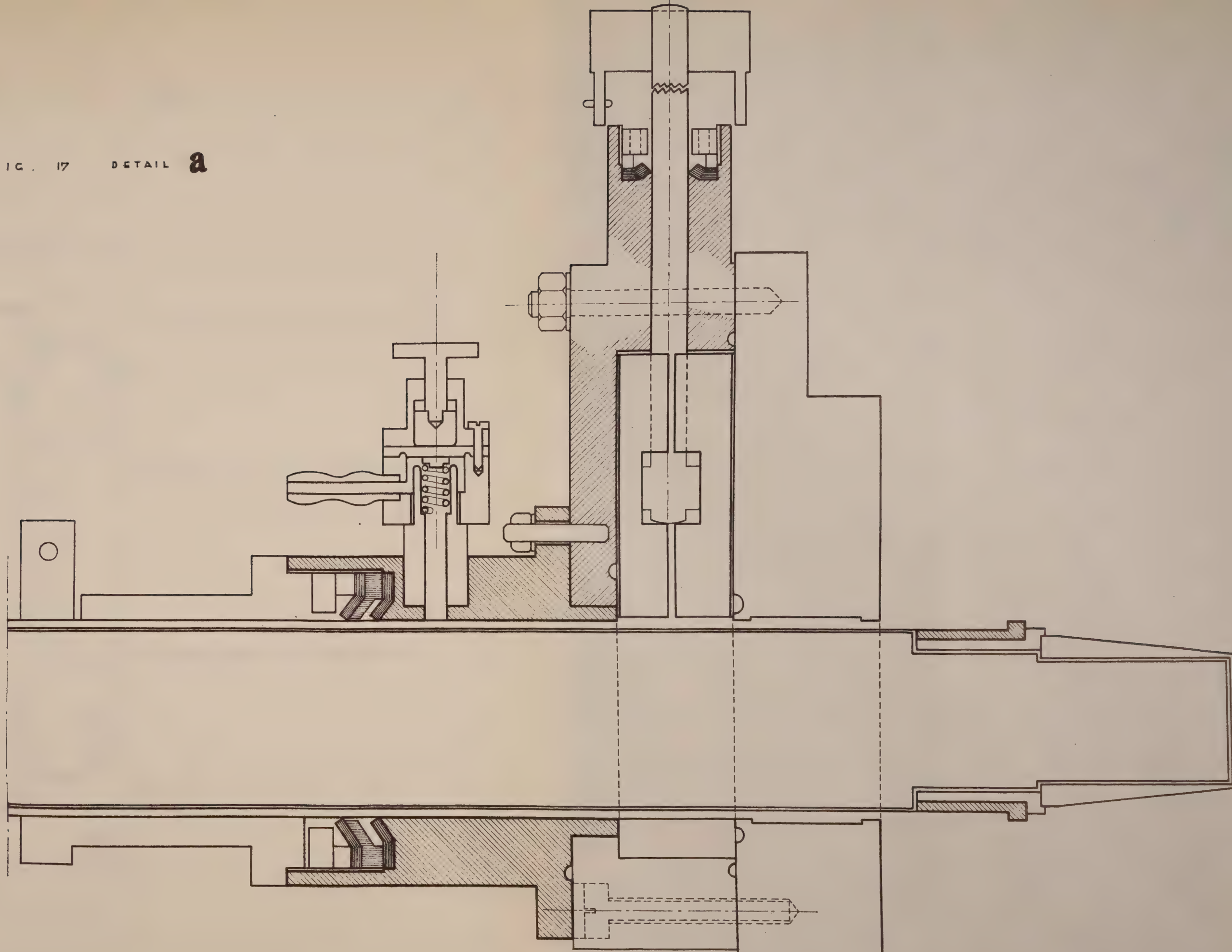


FIG. 17 DETAIL **b**

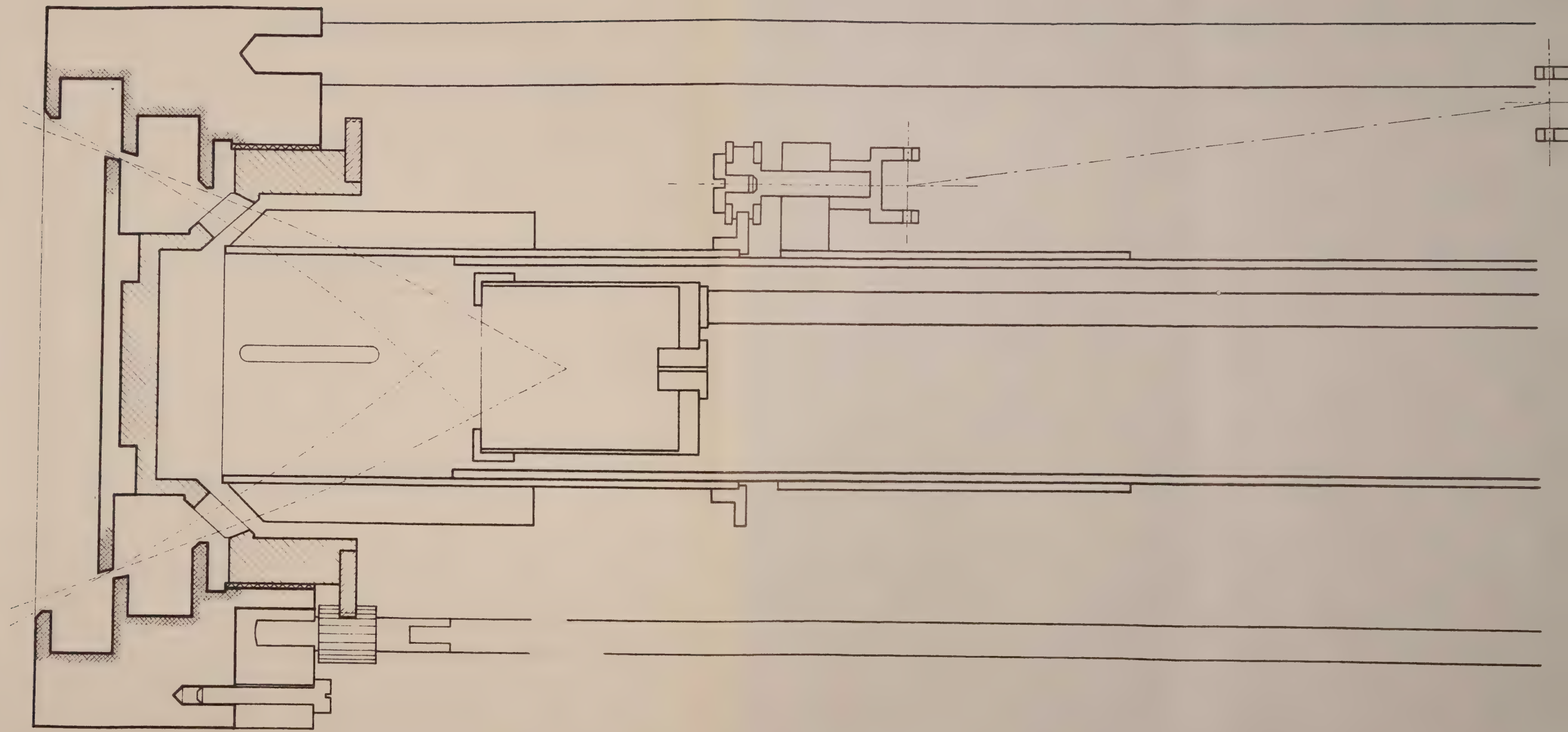
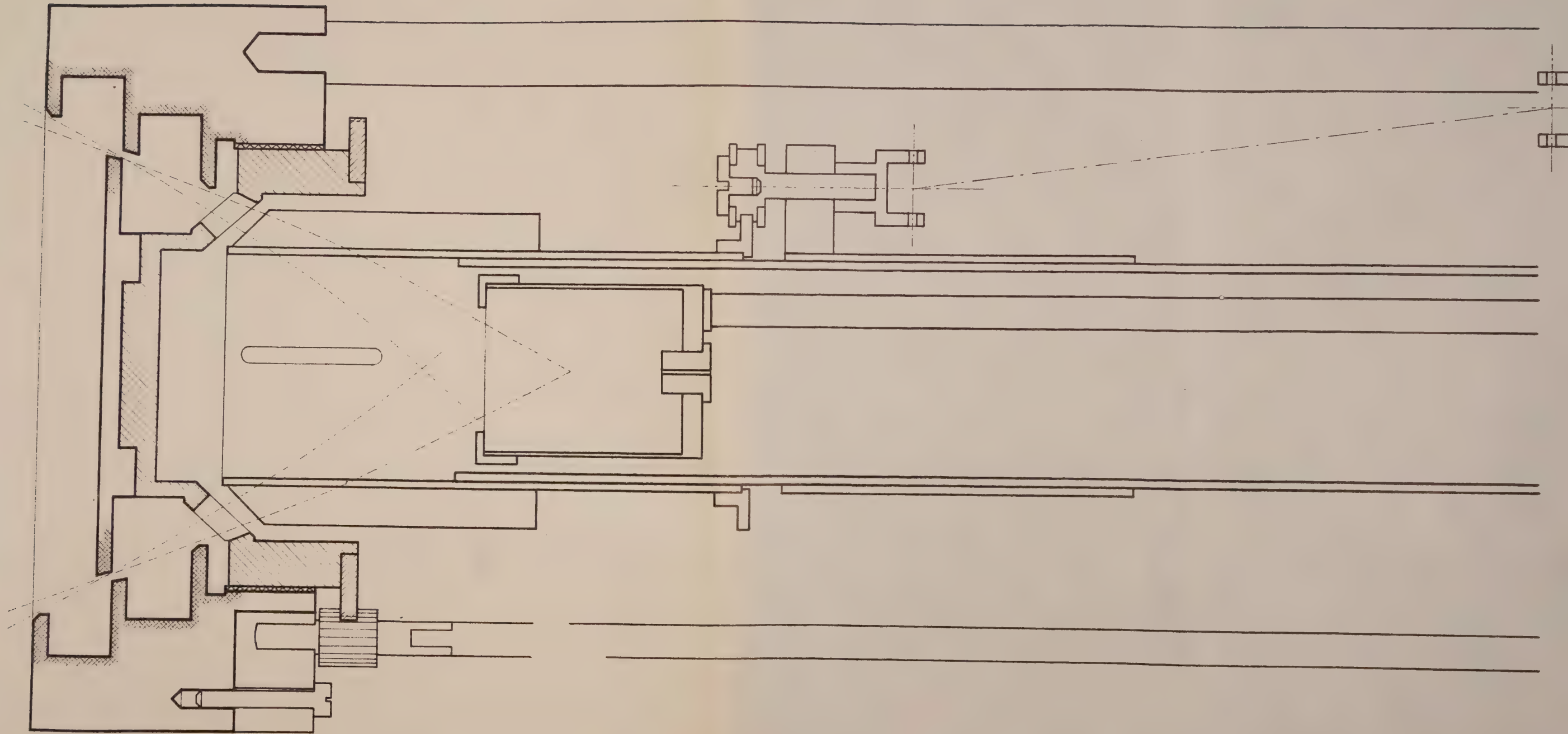


FIG. 17 DETAIL **b**



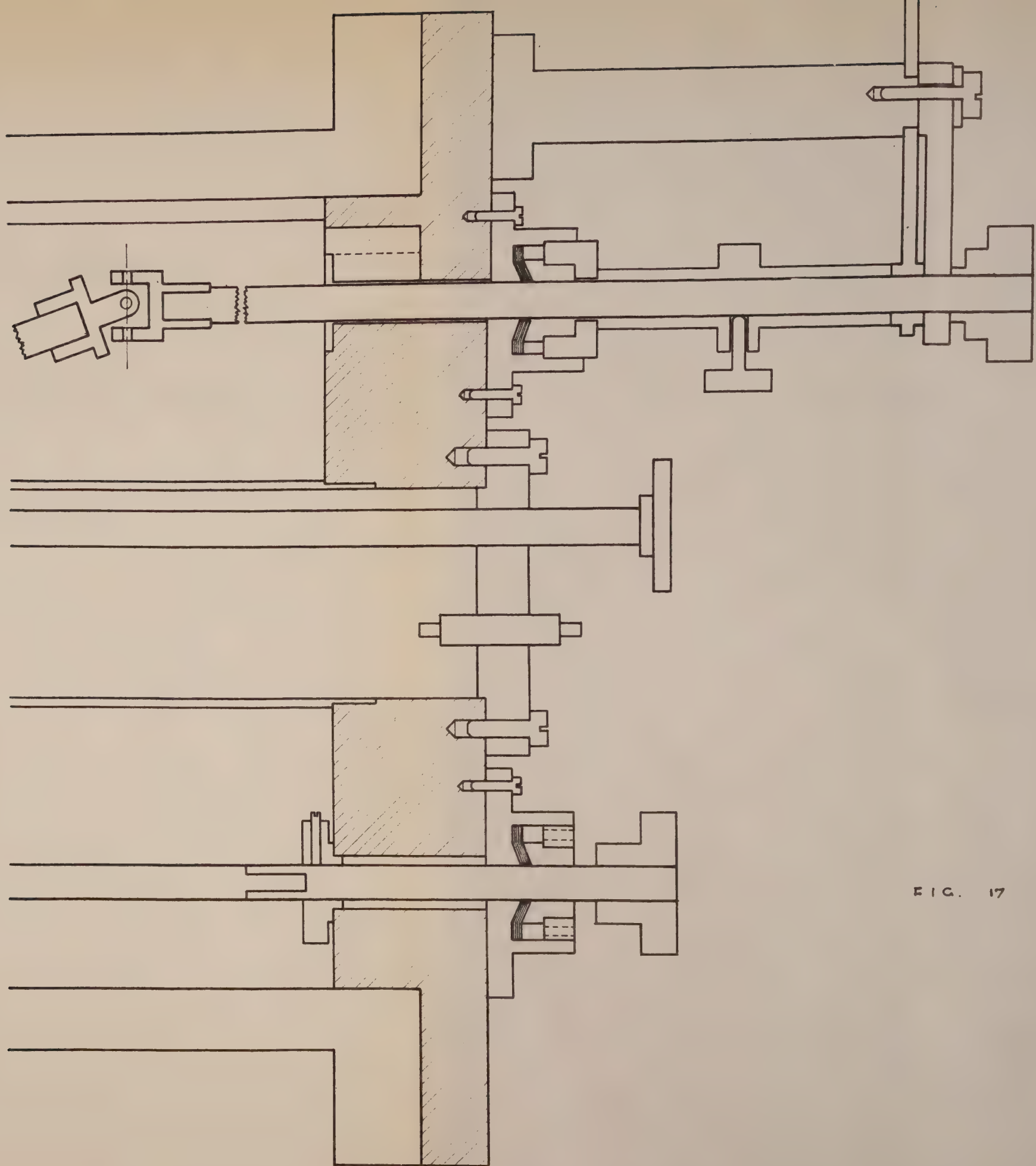


FIG. 17 DETAIL **C**

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

L'ATOME MÉSIQUE.

Vu et approuvé :

Paris, le 9 juin 1956

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

J. PÉRÈS

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

JEAN SARRAILH
